5 개수로 흐름

5.1 서 론

개수로 흐름은 홍수파와 감조하천과 같이 수심 및 유속이 시간적으로 변화하는 비정상류(부정류, unsteady flow)와 시간적으로는 변화하지 않는 정상류(정류, steady flow)로 대별된다. 정상류 중에서도 수심 혹은 유속이 흐름의 방행에도 변화하지 않는 흐름을 등류(uniform flow), 흐름 방향으로 변화하는 흐름을 부등류(non uniform flow)라 한다. 등류는 단면이 일정하고 경사 일정한 비교적 긴 수로에서 볼 수 있으며, 부등류는 경사 혹은 단면형이 변화하는 수로의 흐름과 위어 등의 하천구조물 또는 하구에서의 수심이 외적 조건에 의해 결정되는 경우 발생한다.

개수로 흐름은 흐름이 사류 혹은 상류에 따라 수면형의 성질이 달라지므로 흐름의 Froude 수가 중요한 의미를 갖는다. 또한 흐름이 층류 혹은 난류인가에 의해서도 마찰저항의 법칙이 달라진다. 그러나 실제의 개수로에서는 층류는 거의 발생되지 않는다.

5.2 개수로 흐름의 기초

5.2.1 개수로 흐름의 분류

개수로 흐름은 보는 관점에 따라 여러 가지 범주로 분류될 수 있다. 첫 번째는 시간을 기준으로 하는 분류이며, 두 번째는 장소를 기준으로 하는 분류이다.

(1) 시간을 기준으로 하는 분류 방법

시간의 경과에 따른 흐름의 특성인자들의 변화 유무에 의해서 정상류(steady flow)와 비정상류(unsteady flow)로 분류된다. 정상류는 흐름 내의 임의의 한 점에서 시간이 경과할 때 속도, 수심 및 압력 등과 같은 흐름의 특성인자가 변화하지 않는 흐름을 말하고, 변화하는 흐름을 비정상류라고 말한다.

(2) 장소 즉 위치에 따른 분류 방법

수로의 모든 단면에서 흐름의 특성인자들이 변화하지 않을 때를 등류(uniform flow : UF)라 하고, 공간적으로 흐름의 특성인자들이 변화하는 경우를 부등류(nonuniform flow or varied flow)라 부르고 있다. 흐름의 특성을 공간적으로 변화시켜 부등류를 형성하게 만드는 요인으로서는 수로경사의 변화, 단면의 형상 및 크기의 변화, 흐름의 방향 및 수로중에 존재하는 각종 장애물 등을 들 수 있다.

부등류는 또한 점변류(gradually varied flow : GVF)와 급변류(rapidly varied flow : RVF)로 세분된다. 그림 5.1에 도시한 바와 같이 점변류는 수로를 따라 수면변화가 완만하게 나타나는 흐름이고, 급변류는 비교적 짧은 수로 구간에서 수면변화가 급격하게 나타나는 흐름이다.

(3) 개수로에서의 층류와 난류

개수로 흐름에 있어서도, 관수로 흐름의 경우와 마찬가지로, 점성에 의한 흐름의 상태에 따라 층류(laminar flow)와 난류(turbulent flow)로 구분할 수 있다. 이 경우 레이놀드수를 고찰함으로써 층류와 난류로 구분된다. 레이놀드수를 정의하는 데 있어서의 특성길이는 관수에서는 직경 d를 사용하였으나, 개수로의 경우는 특성길이로서 동수반경 R_h를 사용하여 다음과 같이 나타낸다.

$$Re = \frac{VR_h}{\nu} \tag{5.1}$$

여기서 V는 평균유속이고, R_h는 동수반경으로서 유수단면적(A)을 윤변(P)으로 나눈 값이다. 관수로의 경우 $R_h = d/4$이고 한계레이놀드수가 약 2,100인 것을 감안하면 개수로 흐름의 한계레이놀드수는 근사적으로 다음과 같다.

$$Re = \frac{VR_h}{\nu} = \frac{1}{4}\frac{Vd}{\nu} = 500 \tag{5.2}$$

따라서 $Re < 500$이면 층류상태가 된다. 그러나 개수로의 경우는 흐름규모가 크기 때문에 레이놀드 수가 대단히 크게 되고 이에 따라 개수로의 대부분의 흐름은 난류상태이다.

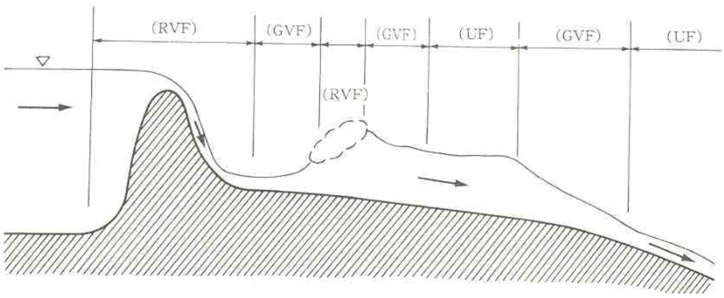


그림 5.1 개수로 등류와 부등류의 예

(4) 개수로에서의 상류와 사류

이 밖에 수로의 특정 단면에서 Froude수에 의해서 개수로 흐름을 분류할 수도 있다. 즉

$F_r < 1$: 상 류(subcritical flow or tranquil flow)

$F_r = 1$: 한계류(critical flow)

$F_r > 1$: 사 류(supercritical flow or rapid flow)

으로 분류된다. 상류와 사류에 대해서는 다음에 상세히 설명한다.

5.2.2 수로단면과 기하하적 인자

개수로는 하천과 같이 주위여건에 의해 자연적으로 형성된 자연수로(natural channel)와 운하나 관개수로 등과 같이 사용목적에 따라 자연수로를 개조하거나 새로이 축조한 인공수로(artificial channel)가 있다. 일반적으로 인공수로에서 취하는 단면형상으로서는 직사각형 단면(rectangular section), 삼각형 단면(triangular section), 사다리꼴 단면(trapezoidal section), 원형 단면(circular section) 및 포물형 단면(parabolic section) 등이 있다.

수로단면과 수심에 따라 정의되는 단면 형상과 관계되는 기하하적 인자들에 대해 설명하고자 한다.

1. 수 심(depth)

수심은 자유표면으로부터 수로바닥까지의 연직거리(y)로 정의된다.

2. 수 위(stage)

수위는 임의의 기준면으로부터 자유표면까지의 연직거리로서 정의된다.

3. 유수 단면적(cross section area of water) A와 윤변(wetted perimeter) P

흐름방향과 수직한 단면의 단면적을 유수 단면적이라 하고, 이때 단면과 고체 경계면과 접해서 만들어지는 주변 길이를 윤변이라 정의한다.

4. 동수반경(hydraulic radius)

동수반경 R_h는 윤변에 대한 유수 단면적의 비로서 정의되며, 다음과 같이 표현된다.

$$R_h = \frac{A}{P} \tag{5.3}$$

5. 수리 평균심(hydraulic mean depth)

수리 평균심 D는 그림 5.2에서 b_t로 나타낸 수면폭(top width)에 대한 유수단면적의 비로서 정의 된다.

$$D = \frac{A}{b_t} \tag{5.4}$$

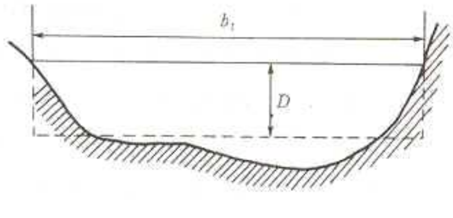


그림 5.2 수리평균심의 정의

이 표현은 그림에서와 같이 수면폭이 넓은 자연수로를 직사각형 단면 수로로 환산했을 때의 수심에 해당한다. 실제로 직사각형 단면 수로에서는 수리 평균심 D는 수심 y와 일치하는 것을 쉽게 알 수 있다.

6. 한계류 계산을 위한 단면계수(section factor for critical flow computation)

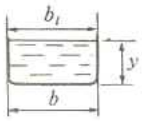
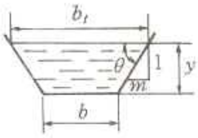
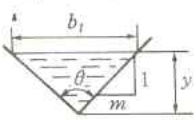
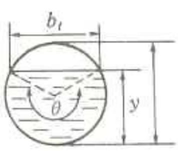
단면계수 Z는 유수 단면적 A와 수리 평균심 D의 제곱근과의 곱으로 나타낸다.

$$Z = A\sqrt{D} = A\sqrt{\frac{A}{b_t}} = \sqrt{\frac{A^3}{b_t}}$$

(5.5)

위에 설명한 각 인자들을 네 가지 단면을 예로 들어 표 5.1에 정리해 두었다.

표 5.1 수로단면의 기하학적 인자

단면형상	단면적 A	윤변 P	동수반경 R_h	수면폭 b_t	수리평균심 D	단면계수 Z
	by	$b+2y$	$\frac{by}{b+2y}$	b	y	$by^{1.5}$
	$by+my^2$	$b+2\sqrt{1+m^2}y$	$\frac{by+my^2}{b+2\sqrt{1+m^2}y}$	$b+2my$	$\frac{by+my^2}{b+2my}$	$\frac{[(b+my)y]^{1.5}}{\sqrt{b+2my}}$
	my^2	$2\sqrt{1+m^2}y$	$\frac{my}{2\sqrt{1+m^2}}$	$2my$	$\frac{y}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}my^{2.5}$
	$(\theta-\sin\theta)\frac{d^2}{8}$	$\frac{\theta d}{2}$	$\frac{d}{4}\left(1-\frac{\sin\theta}{\theta}\right)$	$\sin\frac{\theta}{2}d$	$\frac{d}{8}\left[\frac{\theta-\sin\theta}{\sin\frac{\theta}{2}}\right]$	$\frac{\sqrt{2}}{32}\frac{(\alpha-\sin\theta)^{0.5}}{(\sin\frac{1}{2}\theta)^{0.5}}d^{2.5}$

5.2.3 유속분포(velocity distributions)

자유수면의 존재(대기와의 마찰)와 벽면의 마찰에 의하여 수로내의 유속은 균일하게 분포하지 않는다. 최대유속은 항상 수로 중심부의 수면 근처에서 발생하며, 일반적으로 수면으

로부터 전체 수심의 약 20~30%인 거리에 나타난다. 수심이 얕은 수로일수록 최대유속 발생위치는 수면에 더욱 근접해 간다. 그림 5.3은 개수로 흐름에서의 유속분포를 도시한 것이다.

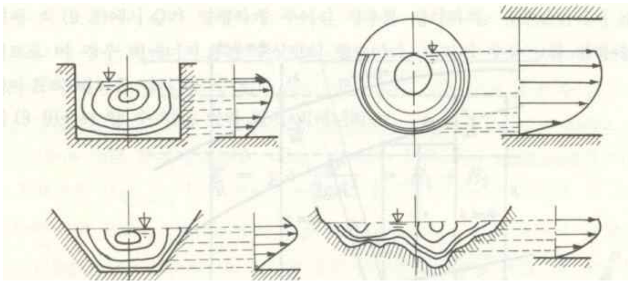


그림 5.3 개수로 흐름의 유속분포

연직방향의 유속분포를 고려하여 평균유속을 결정하는 방법은 자연하천에서 널리 이용되고 있다.

① 일반적으로 최대유속은 수면으로부터 전체수심의 20-30%인 거리에서 나타난다.

② 평균유속은 일반적으로 수심의 60%만큼 수면하에 있고 최대오차는 3%이다.

③ 평균유속은 수심의 20%와 80% 두점에서의 유속의 평균치와 같으며 최대오차는 1%이다.

④ 평균유속은 표면유속의 80-95%이며, 평균치는 85%이다.

이상을 수식으로 표현하면 평균유속을 측정하기 위한 방법은 다음과 같다.

표면유속 측정시 $V_m = 0.85\,V_s$

1점법 $V_m = V_{0.6}$

2점법 $V_m = \frac{1}{2}(V_{0.2} + V_{0.8})$

3점법 $V_m = \frac{1}{4}(V_{0.2} + 2\,V_{0.6} + V_{0.8})$

미국 지질조사국(U.S. Geological Survey)에서는 실측을 할 경우 2점법을 권장하고 있으며, 여기서 V_s, $V_{0.2}$, $V_{0.6}$, $V_{0.8}$은 표면유속과 각각 수면에서 수심의 20%, 60%, 80% 지점의 유속을 나타낸다.

5.2.4 개수로 흐름의 에너지 개념

1) 비에너지(specific energy)

개수로의 흐름에서는 대기압과 접하는 자유수면을 가지는 것에 따라 수면변동의 문제가 발생한다. 이 문제를 해결하기 위해서 Böss의 정리에 관해서 검토한다.

그림 5.4에서 수심 h는 $d + p/\gamma$이며, 하상에서 에너지선까지의 높이, 즉, 수심 h와 속도

수두 ($V^2/2g$)의 합을 E라 한다. 기준을 하상으로 하고 베르누이 정리를 개수로에 맞도록 하면 다음과 같이 된다.

$$E = \frac{V^2}{2g} + (d + \frac{p}{\gamma})$$

$$= \frac{V^2}{2g} + h$$

$$= \frac{Q^2}{2gA^2} + h \tag{5.6}$$

여기서 E를 비에너지라 부르며, 비에너지는 수로바닥을 기준으로 하여 측정한 단위무게의 물이 가지는 흐름의 에너지로 정의 한다.

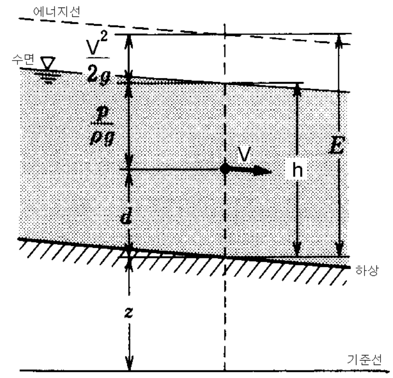


그림 5.4 총에너지와 비에너지의 개념도

그림 5.5는 수심에 따른 비에너지의 변화를 나타내는 비에너지 곡선이며, 수면폭 B, 수심 h의 직사각형 단면에서의 비에너지 E는 다음과 같다.

$$E = \frac{Q^2}{2gB^2h^2} + h \tag{5.7}$$

식(5.7)에서 유량 Q가 일정하다고 생각하고 E와 h의 관계를 그래프에 도시하면 그림 5.5와 같이 되며, 이 그래프를 비에너지 곡선이라고 한다.

그림에서 알 수 있는 바와 같이 비에너지는 최소값 E_{min}이 존재하고 그때 수심은 하나만이 존재한다. 이 수심을 한계수심(critical depth)이라 하고, 한계수심으로 흐르는 흐름을 한계흐름(critical flow)이라 부른다. 그러나 비에너지가 이 최소비에너지보다 조금이라도 큰 임의의 비에너지(E')에 대하여는 2개의 수심 y_1, y_2가 존재하게 되는데, 두 수심 중 하나는 항상 y_c보다 큰 수심(y_2), 다른 하나는 y_c보다 작은 수심(y_1)으로 나타난다. 즉, Q가 일정하게 주어진 경우 동일한 비에너지에 대해서 2개의 수심을 대응수심(alternate depth)이라 한다. $y_2 > y_c$인 경우는 연속 조건에 의해 흐름이 한계류보다 느린 흐름으로서 상류(常流, subcritical flow)라 하고, 반대로, $y_1 < y_c$인 경우는 한계류보다 유속이 큰 상태의 흐름으로서 사류(supercritical flow)라 말한다.

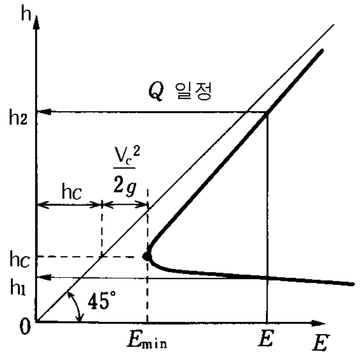


그림 5.5 비에너지곡선

2) 상류와 사류

개수로에서는 수면의 미소변동이 장파의 전파속도 c로 전파된다. 따라서 유속 V가 c보다 크면 수면변화는 상류로 전파되지 않으므로 흐름은 하류에서의 영향을 받지 않는다. 그러나 $V < c$의 흐름은 수면변화가 상류로 전파되어 하류로부터 영향을 받는다. 이와같이 V와 c의 대소관계에 따라 개수로 흐름의 성질이 현저하게 달라지므로 개수로 흐름에 있어서 다음과 같은 Froude수를 도입한다.

$$F_r = \frac{V}{c} \tag{5.8}$$

장파의 전파속도는 $c = \sqrt{gh}$ 이므로 Froude수는 다음과 같다.

$$F_r = \frac{V}{\sqrt{gh}} \tag{5.9}$$

여기서 V는 흐름의 속도이고, $\sqrt{gh}$ 는 수로의 단면의 변화, 수로경사의 변화 또는 수로 내 존재하는 단면 변화로 인해 발생하는 표면파의 전파속도이다. 따라서 한계흐름의 경우에는 $F_r = 1$, 즉 $V = \sqrt{gh_c}$ 가 성립한다. 수심 h가 한계수심 h_c보다 큰 경우, 즉 상류의 경우는 $\sqrt{gh} > V$로 되어 $F_r < 1$이 되고, 사류의 경우 $(h < h_c)$에는 $\sqrt{gh} < V$로 되어 $F_r > 1$이 된다. 이것을 요약해서 써보면 다음과 같다.

$V = \sqrt{gh}$, $F_r = 1$: 한계류
$V < \sqrt{gh}$, $F_r < 1$: 상 류
$V > \sqrt{gh}$, $F_r > 1$: 사 류

3) 유량과 수심의 관계

비에너지 E가 일정한 양으로 주어진 경우 수심(y)과 유량(Q)의 관계를 알아보자. 비에너지의 식을 유량에 대해서 고쳐 쓰면

$$Q = \sqrt{2gA^2(E-y)}$$
(5.10)

횡축을 유량(Q)으로 취하고 종축을 수심(y)으로 취하여 식(5.10)을 그려보면 그림 5.6과 같이 최대유량 $Q_{\max}$가 나타난다. 따라서 $E=$ 일정의 흐름에서 주어진 유량에 대하여 일반적으로 2개의 수심이 존재하고, 작은쪽의 수심은 사류에 대응한다. $Q = Q_{\max}$에 있어서 두 개의 수심은 일치하고, 그 때의 수심은 한계수심이므로 h_c는 $E=$ 일정의 조건에서 최대유량을 나타낸다는 것을 알 수 있다.

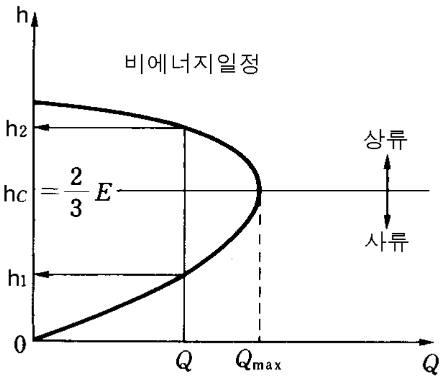


그림 5.6 수심에 따른 유량의 변화

흐름이 도중에 상류에서 한계수심을 거쳐 사류로 천이하는 경우, 다음의 관계가 성립한다.

$$E = h_c + \frac{V_c^2}{2g} = h_c\left(1+\frac{1}{2}\right) = \frac{3}{2}h_c \qquad (5.11)$$

따라서 폭이 b인 직사각형 단면을 가정하면 최대유량은 다음과 같다.

$$Q = bh_cV_c = bh_c\sqrt{gh_c} = \frac{2}{3}\sqrt{\frac{2g}{3}}\,bE^{3/2}$$

이 식으로부터 직사각형 수로에 대해서는 한계수심은 비에너지의 2/3배가 된다는 것을 알 수 있다. 상기 식을 대입하여 다음과 같이 y_c의 크기도 구할 수 있다.

$$y_c = \sqrt[3]{\frac{Q^2}{gb^2}} = \sqrt[3]{\frac{q^2}{g}}$$
(5.12)

여기서 $q = Q/b$로서 단위폭당 유량을 의미한다.

4) 한계수심의 계산

비에너지가 일정의 조건에서 유량이 최대가 되는 수심이 한계수심이므로 비에너지를 표시하는 다음의 식

$$E = h + \frac{Q^2}{2gA^2} \tag{5.13}$$

을 수심 h에 대하여 미분한 식에서 $h = h_c$라 할 때 $dQ/dh = 0$이므로 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\frac{Q^2}{gA^3}\frac{dA}{dh} = 1 \tag{5.14}$$

또는

$$\frac{dA}{dy} = \frac{gA^3}{Q^2}$$
(5.15)

수로단면형이 직사각형인 경우에는 수로 폭을 b로 하고, $A = bh$를 위 식에 대입하고 수심에 대해 정리하면

$$y_c = \left(\frac{Q^2}{gb^2}\right)^{1/3} = \left(\frac{q^2}{g}\right)^{1/3}$$
(5.16)

으로 식(5. 12)와 동일하게 된다.

반면, 사다리꼴 단면의 경우에는 앞에서 설명한 방법으로는 쉽게 구할 수가 없다. 사다리꼴 단면의 한계수심을 구하기 위해서 한계류가 되기 위한 다음과 같은 조건식으로부터 시작한다.

$$\frac{Q^2 b_t}{gA^3} = 1$$
(5.17)

윗식을 변형해서

$$\frac{Q^2}{g} = \frac{A^3}{b_t} \tag{5.18}$$

로 표현하면 좌변항은 주어진 값이고, 우변은 수심 y만의 함수이다. 사다리꼴 단면의 경우 단면적 A와 수면폭 b_t는 각각 다음과 같이 표현된다.

$$A = by + my^2$$

$$b_t = b + 2my$$

여기서 m은 사면의 기울기를 나타내고, b는 사다리꼴의 저면폭을 나타낸다. 이 식을 (5. 18)에 대입하면, 그때의 수심이 y_c이므로

$$\frac{Q^2}{g} = \frac{(by_c + my_c^2)^3}{(b + 2my_c)} \tag{5.19}$$

이 된다. 따라서 식(5. 19)를 만족하는 y_c를 구하면 된다.

식(5. 19)는 y_c의 6차 방정식의 형태로서 해석적으로 풀기는 곤란하므로, 시산법을 이용하여 풀어야 한다. y를 적절하게 가정하여 우변 항을 계산하고 이 값이 좌변항의 값과 같아지는 수심을 구하면 한계수심을 얻게 된다.

[예제 5.1] 폭 9m의 직사각형 수로에 $16.2m^3/s$의 유량이 92cm 의 수심으로 흐르고 있다. a) 이 흐름은 상류인가 사류인가? (b) 비에너지는 얼마인가?

[풀이]

(a) $V = \frac{Q}{bh} = \frac{16.2}{9 \times 0.92} = 1.957m/\mathrm{sec}$

장파의 전파속도 $c = \sqrt{gh} = \sqrt{9.8 \times 0.92} = 3.0m/\mathrm{sec}$

따라서 $F_r = \frac{V}{\sqrt{gh}} = \frac{1.957}{3.0} = 0.652 < 1$

흐름은 상류이다.

(b) $E = h + \frac{V^2}{2g} = 0.92 + \frac{1.957^2}{19.6} = 1.115m$

[예제 5.2] 저면 폭이 $b = 8m$이고 측면 경사가 1:2인 사다리꼴 단면 수로에 $Q = 15m^3/\mathrm{sec}$의 물이 흐르고 있다. 아래 방법을 이용하여 한계수심을 구하라.

[풀이]

시행착오법에 의해 한계수심을 구한다.

한계수심이 될 조건 식(9.11), $Q^2 b_t / gA^3 = 1$을 변형하면

$\dfrac{Q^2}{g} = \dfrac{A^3}{b_t}$이 되는데 여기에 주어진 값을 대입하면 다음과 같다.

$22.96 = \dfrac{A^3}{b_t}$

따라서 수심을 가정하고 A/b_t를 계산한 값이 22.96에 근사한 값이 한계수심이 된다. 사다리꼴 단면의 수면폭과 단면적이

$b_t = 8 + 2 \times (2y), \quad A = 8y + 2y^2$

로 표시되므로, 우선 사다리꼴 단면을 직사각형 단면으로 가정하고 초기 가정치를 대략$y = 0.7$로 하여 시산한 결과를 아래 표에 제시한다.

$y(m)$	$b_t(m)$	A	A^3	A^3/b_t
0.70	10.80	6.580	284.89	26.38
0.65	10.60	6.045	220.90	20.84
0.68	10.72	6.365	257.87	24.06
0.67	10.68	6.258	245.08	22.95

상기 표로부터 한계수심은 $y_c \fallingdotseq 0.67m$임을 알 수 있다.

5.2.5 운동량 이론의 적용

1) 개수로의 운동량 방정식

사류에서 상류로 흐름상태가 변화하는 경우에는 흐름이 불연속적으로 뛰어오르는 도수(hydraulic jump)현상이 발생한다. 도수현상은 짧은 시간에 수로 구간 내에서 일어나는 현상이기 때문에 운동량방정식을 적용하면 해석을 할 수가 있다.

상기와 같은 1차원흐름에 대한 운동량방정식은 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\sum F = \rho Q (V_2 - V_1) \tag{5.20}$$

검사체적 내에 작용하는 힘은 단면 1, 2에서 작용하는 정수압에 의한 힘 F_1, F_2와 중력의 흐름방향성분 $W sin\theta$ 및 마찰저항력 F_f이므로 상기 식은 다음과 같이 된다.

$$F_1 - F_f + Wsin\theta - F_2 = \rho Q(V_2 - V_1) \tag{5.21}$$

수로경사가 완만하므로 중력의 흐름방향성분은 근사적으로 $Wsin\theta \cong 0$이고, 극히 짧은 수로구간이므로 마찰저항력(F_f)도 무시할 수 있으므로 운동량방정식은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$F_1 - F_2 = \rho Q(V_2 - V_1) \tag{5.22}$$

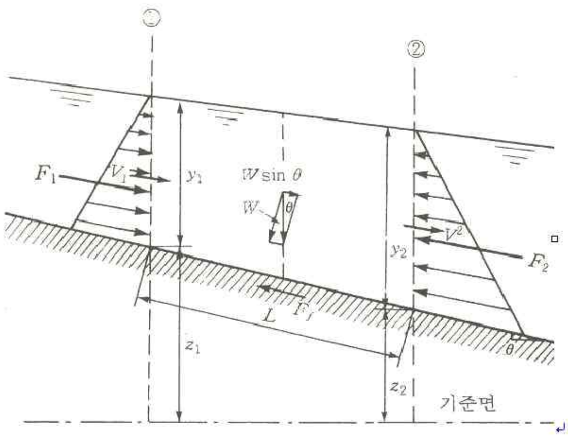


그림 5.7 도수 전후의 구간

윗식에서 F_1과 F_2는 다음과 같이 표현된다.

$$F_1 = \gamma y_{G1} A_1, \; F_2 = \gamma y_{G2} A_2$$

여기서 y_{G1}과 y_{G2}는 각각 단면 1, 2의 수면에서 도심까지 거리를 나타낸다. 이것을 (5.22)에 대입하고 정리하면 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\frac{\gamma}{g} QV_1 + \gamma y_{G1} A_1 = \frac{\gamma}{g} QV_2 + \gamma y_{G2} A_2 \tag{5.23}$$

이 식의 양변을 γ로 나누고, $V_1 = Q/A_1$ 및 $V_2 = Q/A_2$를 대입하면 다음 식을 얻는다.

$$\frac{Q^2}{gA_1} + y_{G_1} A_1 = \frac{Q^2}{gA_2} + y_{G_2} A_2 \tag{5.24}$$

따라서 임의 단면에 대해서 상기 식은

$$M = \frac{Q^2}{gA} + y_G A = \text{일정} \tag{5.25}$$

와 같이 쓸 수 있다.

상기 식에서 우변 제 1항은 단위중량당 물의 운동량이고 제 2항은 단위중량당 정수압이다. 이들을 합한 값 M을 비력(specific force) 또는 충력치라 한다.

비력을 나타내는 식(5.25)에서 유량을 일정하게 하면 면적 A와 도심까지의 수심 y_G가 수심의 함수이므로, 비력 M은 수심만의 함수가 된다. 이제 식(5.25)를

$$\begin{aligned} M &= \frac{Q^2}{gA} + y_G A \\ &= M_m + M_p \end{aligned} \tag{5.26}$$

횡축을 비력(M)축으로 취하고, 종축을 수심(y)축으로 취하여 도시하면 그림 5.8과 같이 비력곡선(specific force curve)을 얻을 수 있다. 식(5.26)에서 y가 0에 가까워질 때, M은 ∞로 되어 횡축 또는 M_m선에 점근하고, y가 ∞에 가까워질 때는 $M \rightarrow M_p (\rightarrow \infty)$로 M_p축에 점근하게 된다.

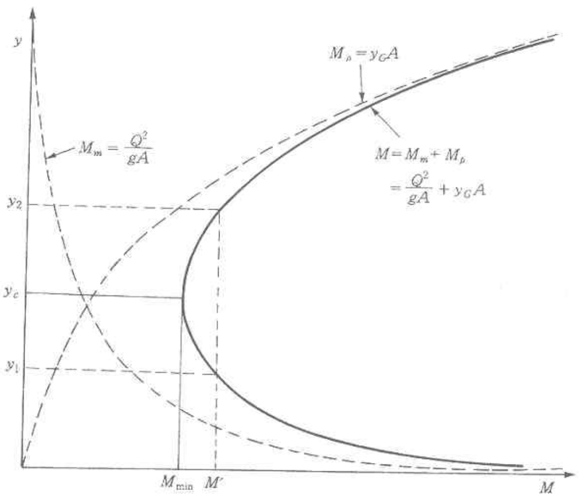


그림 5.8 비력곡선

비에너지곡선의 경우와 마찬가지로, 비력의 경우도 최소값 $M_{\min}$이 존재하고, 그때 수심은 하나만이 존재한다. 이제 최소비력에 대응하는 수심이 어떠한 값인지 고찰해 보자. 최소비력에 대해서는 $dM/dy = 0$이므로 식(5.26)으로부터

$$\begin{aligned} \frac{dM}{dy} &= \frac{d}{dy}\left(\frac{Q}{gA^2} + y_G A\right) \\ &= -\frac{Q^2}{gA^2}\frac{dA}{dy} + \frac{d(y_G A)}{dy} = 0 \end{aligned} \tag{5.27}$$

을 얻는다. 윗식에서 면적 모멘트의 변화량 $d(y_G A)$의 값을 구하기 위해 수심이 미소변위 dy만큼 증가한 경우를 생각해 보자. 이때 수면축에 관한 면적 모멘트를 생각하면 $d(y_G A)$

는

$$d(y_G A) = \underbrace{\left[(dy + y_G)A + \left(\frac{dy}{2}\right)b_t\, dy\right]}_{\text{수심변화 후의 면적 모멘트}} - \underbrace{y_G A}_{\text{수심 변화 전의 면적 모멘트}}$$

이다. 윗식에서 2차량은 $(dy)^2 \ll 1$이므로 $d(y_G A) = Ady$로 된다. 또 $dA/dy = b_t$이므로 식(5.27)로부터 다음 식을 얻는다.

$$-\frac{Q^2 b_t}{gA^2} + A = 0 \tag{5.28}$$

식(5.28)은 결국

$$\frac{Q^2 b_t}{gA^3} = \frac{V^2}{gD} = 1$$

로 되어 한계류의 조건식(5.17)과 동일하게 되는 것을 알 수 있다. 이러한 사실로부터 최소비력에 대한 수심도 역시 한계수심 y_c임을 알 수 있다. 최소비력을 제외한 하나의 M에 대하여 두 개의 수심이 존재한다. 이 두 개의 수심을 공액수심이라 한다.

2) 도수 전후의 수심

앞에서 설명한 도수 전후의 수심 y_1, y_2에 대한 관계식을 얻기 위해 비력의 표현식(5.24)를 다시 사용한다.

$$\frac{Q^2}{gA_1} + y_{G_1}A_1 = \frac{Q^2}{gA_2} + y_{G_2}A_2$$

해석상 편의를 취해서 수로 폭이 b인 직사각형 수로로 생각한다. 이때 $q = Q/b = Vy$및 $y_G = \frac{y}{2}$의 관계를 상기 식에 대입하면 다음 식을 얻는다.

$$\frac{q^2}{gy_1} + \frac{y_1^2}{2} = \frac{q^2}{gy_2} + \frac{y_2^2}{2}$$

이 식을 도수 후의 수심 y_2에 대해 정리하면 다음과 같이 된다.

$$y_2 = \frac{y_1}{2}\left(-1 + \sqrt{1 + 8F_{r1}^2}\right) \tag{5.29}$$

또한 도수 전후의 수심비는 다음과 같다.

$$\frac{y_2}{y_1} = \frac{1}{2}\left(-1 + \sqrt{1 + 8F_{r_1}^2}\right) \tag{5.30}$$

여기서 F_{r_1}은 단면 1에서의 Froude수로서 $F_{r_1} = \dfrac{V_1}{\sqrt{gy_1}}$이다.

3) 도수의 종류

도수를 크게 나누면 파상도수(undular jump)와 완전도수(direct jump)로 나눌 수 있다. 파상도수는 사류의 Froude수가 약 $1 \sim 1.7$ 사이에서 발생하며, 파동상의 정상파를 이루며 상류로 변화한다. 사류의 에너지 감쇄의 목적을 위해서는 파상도수는 그다지 적절하지 않다.

완전도수는 사류 Froude수가 1.7보다 큰 경우 발생하고 급격한 역류 표면와를 동반하여 짧은 구간에서 급격하게 상류로 변화한다. 이 표면와로 인해 큰 에너지 손실이 발생하여 댐 및 수문 등에서 감쇄공으로서 대단히 중요한 현상이다.

4) 도수의 길이

완전도수의 길이 L에 있어서 주로 실험적 연구가 많으며, 다음과 같은 실험공식들이 발표되고 있다.

Safranez $L = 4.5h_2$

Smetana $L = 6(h_2 - h_1)$

Woycicki $L = (8 - 0.05\dfrac{h_2}{h_1})(h_2 - h_1)$

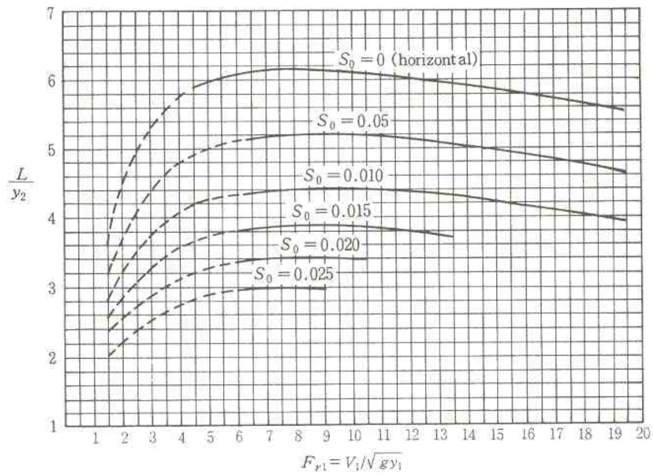


그림 5.9 도수 길이

또한 L/h_2와 F_{r1}과의 관계에 관해서는 예로부터 알려져 있는 Bakhmeteff-Matzke의 실험치 및 그림 5.9는 미개척국(USBR)의 실험 결과로부터 도수 후의 수심(y_2)에 대한 도수길이(L)의 비, 즉 L/y_2과 Fr_1의 관계를 도시한 것이다. 일반적으로 도수길이는 수로경사가 증가하면 감소하는 경향을 보이고, 동일 수로경사에 대해서는 F_{r1}의 크기가 증가하면 도수길이가 크게 증가하여 최대로 되었다가 그 이후에는 완만하게 감소하는 것을 알 수 있다.

5) 도수에 의한 에너지손실

도수 현상은 급격한 와의 운동에 의해 도수 전후에 에너지손실이 따른다.

도수전의 수심 y_1에 대한 비에너지는 E_1이고 도수후의 수심 y_2에 대응하는 비에너지는 E_2일 때 도수 전후의 에너지손실은 결국 $\Delta E = E_1 - E_2$가 된다. 이와 같이 ΔE는 단면 1과 2에서의 비에너지의 차로 구할 수 있다.

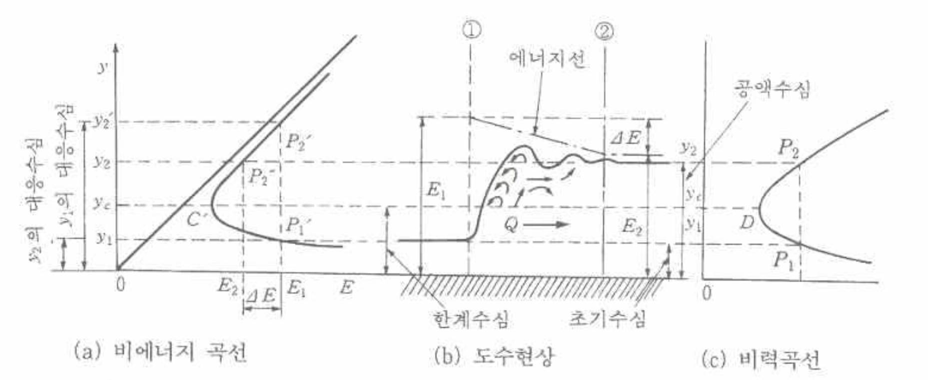


그림 5.10 도수현상

$$\Delta E = (y_1 + \frac{V_1^2}{2g}) - (y_2 + \frac{V_2^2}{2g})$$

$$= (y_1 - y_2) + \frac{V_1^2}{2g}(1 - \frac{V_2^2}{V_1^2})$$

이 식에 $q = V_1 y_1 = V_2 y_2$의 관계를 대입하면 다음과 같이 된다.

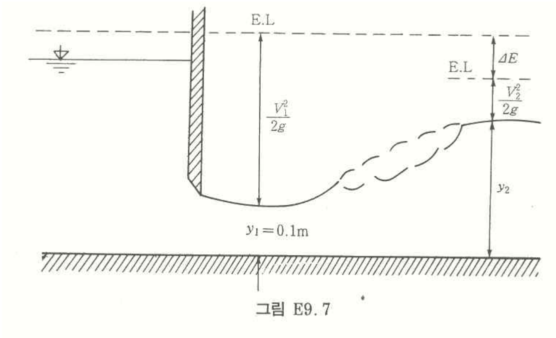
$$\Delta E = (y_1 - y_2) + \frac{q^2}{2g y_1^2}(1 - \frac{y_1^2}{y_2^2}) \tag{5.31}$$

식(5.31)에서 q^2을 소거하면 도수로 인한 에너지손실은 도수 전후의 수심만으로 다음과

같이 표시된다.

$$\Delta E = \frac{(y_2 - y_1)^3}{4y_1 y_2} \tag{5.32}$$

[예제 5.3] 다음의 그림과 같이 수문을 개방한 경우 단위폭당 유량이 $q = 0.5m^2/s$이었다. 단면 ①에 대한 대응수심 y_2와 도수로 인한 손실 ΔE를 구하라.



<그림> 도수로 인한 에너지손실

[풀이]

단면 ①에서의 유속은 $V_1 = q/y_1 = 5m/\sec$이다.

(a) 대응수심

식(5. 29)을 직접 이용한다.

$$y_2 = -\frac{y_1}{2} + \frac{y_1}{2}\sqrt{1 + \frac{8V_1^2}{gy_1}}$$

$$= -\frac{0.1}{2} + \frac{0.1}{2}\sqrt{1 + \frac{8 \times 5^2}{9.8 \times 0.1}} = 0.67m$$

(b) 도수로인한 에너지손실

식(5. 32)로부터

$$\Delta E = \frac{(y_2 - y_1)^3}{4y_1 y_2} = \frac{(0.67 - 0.1)^3}{4 \times 0.1 \times 0.67} = 0.69m$$

단면 ①에서의 비에너지가

$$E = y_1 + \frac{V_1^2}{2g} = 0.1 + \frac{5^2}{2 \times 9.8} = 1.38m$$

이므로 유입되는 비에너지의 약 50%가 도수로 인해 소산된다.

5.3 개수로의 정상등류

5.3.1 등류(uniform flow)

등류란 흐름 구간의 임의 단면에서 수심(y), 유속(V) 및 유량(Q) 등과 같은 흐름의 특성 인자들이 일정한 값을 갖는 흐름을 의미한다. 등류는 수로경사와 단면적이 일정한 긴 직선 수로에서 형성된다. 그림 5.11을 예로 들어 등류의 형성에 대해서 설명한다. 그림과 같이 수로경사가 일정한 구간이 비교적 긴 수로에 흐름이 유입하게 되면 천이영역으로 불리는 점변류의 영역이 나타난다. 천이영역에서는 중력의 흐름방향 성분(F_g)이 마찰저항 (F_f)보다 크기 때문에 흐름은 가속된다. 천이영역을 지나 흐름이 더욱 커지면 상대적으로 마찰저항력도 커져서, 일정경사를 갖는 수로가 충분히 길면 중력의 흐름방향 성분과 마찰저항력(F_f)이 평형을 이루게 된다.

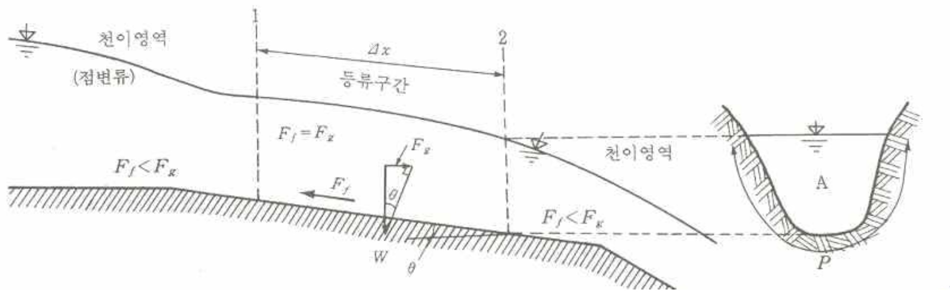


그림 5.11 등류의 형성

이렇게 두 힘이 평형을 이루게 되면 흐름은 등속운동을 하여 수로 구간의 각 단면에서 유속이 일정한 등류가 형성된다. 등류에 대해서는 에너지선, 수면 및 수로바닥면은 서로 평행하다. 따라서 이선들의 경사는 서로 같다. 즉

$$S_f = S_w = S_0 = \text{일정} \tag{5.33}$$

여기서 S_f는 에너지선의 경사, S_w는 수면경사이고, S_0는 수로경사를 나타낸다. 등류상태로 흐를 때의 수심을 등류수심 y_n이라 부른다. 일반적으로 개수로 흐름은 부등류인 경우가 많지만, 인공수로에 대해서는 등류 조건에 대해 설계되므로 등류수심은 수로설계를 위한 중요한 매개변수로 사용된다.

5.3.2 등류의 평균유속 공식

개수로 흐름에 있어서 실제의 흐름은 레이놀드수가 매우 큰 난류흐름이며, 유속분포도 복잡하다. 따라서 수로의 경사나 수심이 주어졌을 때 유량을 구하는 문제 또는 유량이 주어

지고 수심을 구하는 문제 등을 다루는 경우에는, 한 단면을 대표하는 유속을 정해 둘 필요가 있다. 이러한 유속으로 평균유속을 생각할 수 있다. 평균유속은 일반적으로 실제 유속을 전 단면에 걸쳐 적분하여 유량을 구하고 이것을 유수 단면적으로 나누면 구할 수 있다. 그러나 실제 유속을 직접 실측하는 것은 번거로우므로 실측에 의하지 않고도 직접 사용할 수 있는 실용 공식을 생각하게 되었다. 등류의 평균유속으로는 많은 실험 공식이 제안되어 있는데 일반적으로 다음 식과 같은 형태를 취한다.

$$V = CR_h^x S^y \tag{5.34}$$

여기서 V는 평균유속, R_h는 동수반경, S는 에너지선의 경사이고, x, y는 임의의 지수를 나타낸다. 그리고 C는 흐름의 저항과 관련되는 계수로서 평균유속, 동수반경, 수로의 조도 및 물의 점성 등의 함수로 표시되는 양이다.

1. Chezy 공식

등류상태 하에서는 각 단면에서 흐름상태가 동일하게 유지된다. 그림 5.10과 같이 단면과 경사가 일정한 수로에 등류가 형성된 경우를 생각하자. 등류 하에서는 각 단면에서의 수심과 유속이 일정하므로 자유표면, 수로바닥 및 에너지선은 서로 평행하게 된다. 따라서 자유표면의 경사는 수로바닥의 경사와 같게 된다. 이제 흐름방향을 x축으로 취하고 Δx떨어진 단면 1, 2 사이를 검사체적으로 선정하자. 그림에서 τ_0는 수로 경계면에 작용하는 전단응력이고, A는 유수 단면적, 또, P는 윤변(wetted perimeter)이다. 각 단면에서의 유속이 일정하므로 단면 1과 2사이의 검사체적에 대한 운동량방정식은$\sum F = 0$이 된다. 단면 1과 2에서 압력이 서로 같으므로 검사체적에 작용하는 외력들은 결국 마찰에 의한 저항력, $F_f(=-\tau_o P\Delta x)$과 중력의 흐름방향 성분, $F_g(= W sin\theta)$만이 존재한다. 즉,

$$\sum F_x = -\tau_0 P\Delta x + W\sin\theta = 0$$

또는

$$\tau_0 P\Delta x = W sin\theta \tag{5.35}$$

이 식은 흐름에 의한 마찰저항력과 중력의 흐름방향 성분이 평형을 이루고 있는 것을 의미하고, 결국 앞에서 설명한 등류의 형성 조건이 된다.

상기 식에서 $W = \gamma A\Delta x$이고, $\theta \ll 1$의 조건, 즉 θ가 미소한 경우는 $\sin\theta \cong \tan\theta \cong S_0$가 성립되므로

$$W sin\theta = \gamma A S_0 \Delta x$$

로 쓸 수 있다. 이것을 식(5.35)에 대입하고 정리하면 다음 식을 얻는다.

$$\tau_0 = \gamma \frac{A}{P} S_0 = \gamma R_h S_0 \tag{5.36}$$

여기서 R_h는 동수반경이고 S_0는 수로경사이다. 평균유속 V와 벽면 마찰응력 τ_0와의 관계를 얻기 위해 다음과 같은 관수로에서의 전단응력에 관한 식을 이용하자.

$$\tau_0 = \frac{\rho f V^2}{8}$$

이것을 식(5.36)에 대입하고, V에 대해서 정리하면 다음 식을 얻는다.

$$V = \sqrt{\frac{8g}{f}} \sqrt{R_h S_0} \tag{5.37}$$

이 식은 다음과 같은 형태로 쓸 수 있다.

$$V = C\sqrt{R_h S_0} \tag{5.38}$$

이 식이 1763년 프랑스의 기술자 Chezy에 의해 처음으로 유도된 식으로서 Chezy공식으로 불린다. 식(5.38)에서 $C = \sqrt{8g/f}$로 표시되며 Chezy의 평균유속계수라 한다. Chezy의 C는 차원을 갖는 계수로서 단위계가 틀리면 그 값이 달라진다. Chezy는 처음에 m-sec 단위로 C ≒ 30을 제시하였으나, C값이 벽면 상태에 의해서 변화하는 계수인 것이 알려짐에 따라, 벽면 상태와 C와의 관계를 얻기 위해 대규모 실험이 Bazin(1855), Gaunguillet and Kutter(1869) 등에 의해서 수행되었다.

2. Ganguillet and Kutter 공식

Ganguiillet와 Kutter는 Chezy의 C값의 변화를 밝히기 위해서 많은 연구자들의 실험 결과와 실제 하천의 실측 결과에 기초해서 다음과 같은 식을 제안하였다.

$$V = \frac{23 + \frac{1}{n}\frac{0.00155}{S_0}}{1 + (23 + \frac{0.00155}{S_0})\frac{n}{\sqrt{R_h}}} \sqrt{R_h S_0} \quad (m - \sec \text{ 단위}) \tag{5.39}$$

여기서 n은 Kutter의 조도계수(roughness coefficient)라 불리는 것으로서 주로 벽면의 상태에 의해서 결정된다. Kutter의 조도계수 n은 다음에 소개되는 Manning의 조도계수와 거의 동일한 값을 나타내는 것으로 알려져 있고, 표 5.2에 수로의 재료 및 상태에 대해서 정리되어 있다.

특히 S_0>1/1000의 경우나, 동수반경이 0.2m<R_h<1m이고 S_0>1/3,000의 경우, 즉 수로경사 S_0가 극히 작지 않은 경우에는 C값으로는 다음과 같은 간략 공식을 사용할 수 있다.

$$C = \frac{23 + \frac{1}{n}}{1 + 23\left(\frac{n}{\sqrt{R_h}}\right)} \qquad (m - \sec \text{ 단위}) \tag{5.40}$$

3. Manning 공식

Mannning은 1889년 평균유속 공식으로서 다음 식을 제안하였다.

$$V = \frac{1}{n} {R_h}^{2/3} {S_0}^{1/2} \qquad (m - \sec) \tag{5.41}$$

여기서 n은 Manning의 조도계수라 불리며, 종래 사용되어 왔던 Kutter의 n값과 거의 같은 값을 취하는 것으로 알려졌다(표 5.2). Manning 공식은 간편하게 계산할 수 있고 제안된 공식들 중에서 적합도가 좋기 때문에 널리 이용되고 있다. 식(5.41)을 Chezy공식(5.48)과 비교해 보면 C와 n은 다음과 같은 관계를 갖는다.

$$C = \frac{1}{n} {R_h}^{1/6} \tag{5.42}$$

식(5.41)을 사용해서 유속을 구하는 경우 사용하는 단위는 반드시 m-sec 단위를 사용해야 한다.

표 5.2 Manning의 조도계수

수로구분	표면의 상태	$n\,(\sec/m^{1/3})$
관로	주철관(cast iron)	0.010~0.014
	리벳강관(riveted steel)	0.014~0.017
	콘크리트관(concrete)	0.011~0.015
자연하천수로	잡초가 없는 직선형 흙 수로 (하상 골재 크기 75mm 이하)	0.02~0.025
	잡초가 없고 선형이 나쁜 흙 수로	0.03~0.05
	잡초가 우거지고 선형이 나쁜 흙 수로	0.05~0.15
	잡초가 없는 직선형 자갈 수로 (하상 골재 크기 75~150mm)	0.03~0.04
	잡초가 없고 선형이 나쁜 자갈 수로	0.04~0.08
	산간하천수로 (하상 골재 크기 150mm 이상)	0.04~0.07
비피복 인공수로	선형이 좋은 흙 수로	0.018~0.025
	하상이 돌로 된 상태가 나쁜 흙 수로	0.025~0.04
	암반 수로	0.025~0.045
피복수로	콘크리트 수로	0.012~0.017
	목재 수로	0.011~0.013
	아스팔트 수로	0.013~0.016
모형수로	시멘트 몰탈 수로	0.011~0.013
	매끈한 목재 수로	0.009~0.011
	유리 수로	0.009~0.010

5.3.3. 등류의 유량 계산

1. 평균유속공식을 이용하는 경우

등류수심 y_n이 주어지는 경우는 앞에서 설명한 경험공식을 이용하면 평균유속(V)을 구할 수 있으므로 유량(Q)을 쉽게 구할 수 있다. 편의상 Manning공식을 사용하여 유량을 표현하면 다음과 같다.

$$Q = AV = \frac{1}{n} A R_h^{2/3} S_0^{1/2} \text{ (m-sec 단위)} \tag{5.43}$$

직사각형 단면수로를 비롯한 사다리꼴 단면, 삼각형 단면수로와 같이 단순 수로 단면에 대해서는 위와 같은 방법으로 유량을 쉽게 계산 할 수 있다. 등류의 흐름 산정에 있어서는 앞에서 설명한 평균유속 공식 중 어느 것을 사용해도 좋으나, 특별한 언급이 없는 한 앞으로는 Manning공식을 예로 들어 설명하기로 한다.

2. 수리특성곡선

원형 단면의 경우에 대해서 생각해 보자. 관의 직경을 d, 수면이 중심과 이루는 각을 θ라 하고 θ의 단위를 라디안 (radian)으로 취하면

$$A = \frac{\pi d^2}{4}\frac{\theta}{2\pi} - \frac{d}{2}sin\frac{\theta}{2}\frac{d}{2}cos\frac{\theta}{2}$$
$$= \frac{d^2}{8}(\theta - \sin\theta) \tag{5.44}$$

$$P = \pi d\frac{\theta}{2\pi} = \frac{\theta d}{2} \tag{5.45}$$

이 된다. 따라서 동수반경 R_h는 다음과 같이 표시된다.

$$R_h = \frac{A}{P} = \frac{d}{4}(1 - \frac{\sin\theta}{\theta}) \tag{5.46}$$

따라서 식(5.44) 및 (5.46)을 식(5.43)에 대입하면 유량 Q를 구할 수 있다.

그림 5.12는 원형 단면 수로에서 각 수심 y에 대응하는 윤변 P, 단면적 A, 동수반경 R_h, 유속 V 및 유량 Q에 대해서 만수(滿水)인 경우의 값에 대한 비, P/P_0, A/A_0, R_h/R_{h0}, V/V_0 및 Q/Q_0를 y/d의 함수로서 도시한 것이다. 이러한 곡선을 수리특성곡선 (hydraulic characteristic curve)이라 하며, 이것을 이용하면 임의의 수심에 대응하는 유속이나 유량 등을 쉽게 구할 수 있어 편리하다. 그림으로부터 알 수 있는 바와 같이 유속이나 유량의 최대치는 만수위에서 나타나지 않고, 그보다 수심이 조금 작을 때 나타난다.

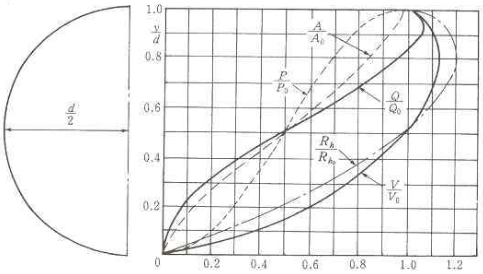


그림 5.12 원형단면의 수리특성곡선

[예제 5.4] 다음 각 단면에 흐르는 유량을 구하라. (단, n = 0.016, S_0 = 0.0016)

(a) 폭 b = 2m인 원형관에 수심이 y = 1.7m로 흐르는 경우

(b) 직경 d = 2m인 원형관에 수심이 y = 1.7m로 흐르는 경우

(c) 저면폭 1m이고 측면경사가 1:1인 사다리꼴 단면 수로에 수심이 1.7m인 경우

[풀이]

(a) 직사각형 단면

Manning 공식으로부터

$$Q = \frac{1}{n}AR_h^{2/3}S_0^{1/2} = \frac{1}{0.016}(2\times1.7)(\frac{2\times1.7}{2+2\times1.7})^{2/3}(0.0016)^{1/2}$$
$$= 6.24m^3/\sec$$

(b) 원형단면

$y = \frac{d}{2}\left(1-\cos\frac{\theta}{2}\right)$에서 $\cos\frac{\theta}{2} = -0.7$로부터 $\theta = 269^\circ\ 8' = 4.70rad.$

또 $\sin\theta = -1.0$

$$A = \frac{d^2}{8}(\theta-\sin\theta) = 2.85,\quad P = \frac{\theta d}{2} = 4.7,\quad R_h = \frac{d}{4}\left(1-\frac{\sin\theta}{\theta}\right) = 0.61$$

이 값들을 Manning공식에 대입하면

$$Q = \frac{1}{n}AR_h^{2/3}S_0^{1/2}$$
$$= \frac{1}{0.016}\frac{d^2}{8}(\theta-\sin\theta)\left[\frac{d}{4}\left(1-\frac{\sin\theta}{\theta}\right)\right]^{2/3}(0.0016)^{1/2}$$
$$= \frac{1}{0.016}\times2.85\times(0.61)^{\frac{2}{3}}\times(0.0016)^{\frac{1}{2}} = 5.12m^{3/\sec}$$

(c) 사다리꼴 단면

Manning 공식을 이용하면 다음과 같다.

$$Q = \frac{1}{n}(by+my^2)\left(\frac{by+my^2}{b+2y\sqrt{m^2+1}}\right)^{2/3}S_0^{1/2}$$
$$= \frac{1}{0.016}(1.7+1.7^2)\left(\frac{1.7+1\times1.7^2}{1+2\times1.7\times\sqrt{1^2+1}}\right)^{2/3}(0.0016)^{1/2} = 9.8m^3/\sec$$

3. 복합단면 수로

앞에서 설명한 단순수로 단면의 경우는 윤변 전체에 걸쳐 조도가 일정하다고 가정하고 유량을 계산하였다. 그러나 그림 5.13과 같이 각 단면의 조도가 다른 경우에는 일반적으로 아래와 같이 두 가지 방법으로 유량을 산정 한다.

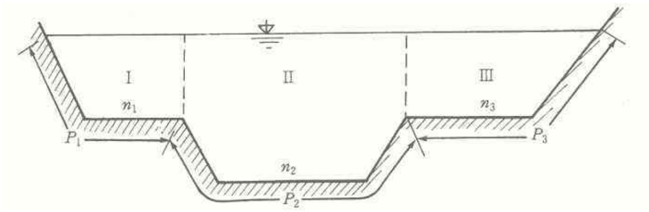


그림 5.13 복합단면 수로

(1) 단면분할법

단면분할법은 조도가 각기 다른 윤변으로 구성되는 단면을 구분하여 각 단면에 대해서 유량을 구하는 방법이다. 그림에서 이렇게 분할된 영역 Ⅰ, Ⅱ, Ⅲ의 단면적을 각 A_1, A_2 및 A_3라 하면, 그 단면에 해당되는 유량은 식(5.43)을 이용하면 다음과 같이 표시된다.

$$Q_1 = \frac{1}{n} A_1 R_{h_1}{}^{2/3} S_0{}^{1/2} = \frac{1}{n_1} A_1 \left(\frac{A_1}{P_1}\right)^{2/3} S_0{}^{1/2}$$

$$Q_2 = \frac{1}{n_2} A_2 \left(\frac{A_2}{P_2}\right)^{2/3} S_0{}^{1/2}$$

$$Q_3 = \frac{1}{n_3} A_3 \left(\frac{A_3}{P_3}\right)^{2/3} S_0^{1/2}$$

따라서 전체 유량 Q는 각 유량을 더해서 다음과 같이 산정할 수 있다.

$$Q = Q_1 + Q_2 + Q_3 \tag{5.47}$$

(2) 등가조도(equivalent roughness) 이용방법

단면을 분할하지 않고 단면 전체에 걸쳐 Manning공식을 사용할 경우는 각 단면마다 다르게 나타나는 조도가 문제이다. 따라서 윤변 전체에 걸쳐서 조도를 동일하게 표시할 수만 있으면 전체 유량을 구할 수 있는데, 이러한 개념의 조도를 등가조도(equivalent roughness)라 한다. 등가조도를 산정하는 방법으로서 Horton의 방법, Lotter의 방법 및 Pavlovskii의 방법을 소개한다.

Horton은 각 단면에서의 평균유속이 전단면의 평균유속과 같게 되도록 단면을 분할하고, 다음과 같이 등가조도 n_e에 관한 식을 유도하였다.

$$n_e = \left(\frac{\sum_{i=1}^{N} n_i^{3/2} P_i^{\ 2/3}}{\sum_{i=1}^{N} P_i} \right)^{2/3} \tag{5.48}$$

여기서 P_i 및 $n_i (i = 1, 2, ...N\ )$는 각각 분할된 단면에서의 윤변 및 조도이고, N은 분할된 단면의 수이다.

Lotter는 전체 유량이 분할된 단면의 개개 유량의 합과 같다는 가정 하에 다음과 같은 식을 제안하였다.

$$n_e = \frac{\left(\sum_{i=1}^{N} P_i \times \sum_{i=1}^{N} R_{h_i}^{\ 5/3} \right)}{\sum_{i=1}^{N} \left(\frac{P_i R_{h_i}^{\ 5/3}}{n_i} \right)} \tag{5.49}$$

여기서 R_{hi}는 각 단면에서의 동수반경이고, 수로 단면이 비교적 단순한 경우에는 $R_{h_1} = R_{h_2} = ...R_{h_N}$으로 가정할 수 있으므로 식(5. 49)는 다음과 같이 된다.

$$n_e = \frac{\sum_{i=1}^{N} P_i}{\sum_{i=1}^{N} \left(\frac{p_i}{n_i} \right)} \tag{5.50}$$

한편 Pavlovskii는 분할된 단면에서의 마찰저항력의 합이 흐름 전체 단면에 작용하는 마찰저항력과 동일하다고 하는 가정하에 등가조도를 구하고 있다. 이 경우에는 앞의 두가지 방법과는 달리 각 단면의 수로경사는 서로 다르게 가정하고 있다. Palvovskii는 등가조도식으로서 다음 식을 제안하고 있다.

$$n_e = \left(\frac{\sum_{n=1}^{N} P_i n_i^2}{\sum P_i} \right)^{1/2} \tag{5.51}$$

식(5. 48) ~ (5. 51)로 표현되는 등가조도식을 사용하면 복합 수로단면에 대한 유량은 식(5. 43)으로부터 다음과 같이 산정할 수 있다.

$$Q = \frac{1}{n_e} A R_h^{\ 2/3} S_0^{\ 1/2} \tag{5.52}$$

여기서 A, R_h 및 S_0는 각각 복합단면수로의 전체 면적, 동수반경 및 수로경사이다.

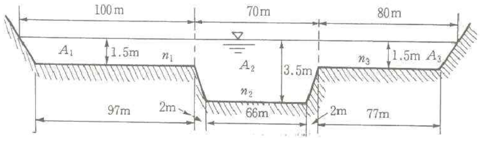
[예제 5.5] 그림과 같은 복합단면 수로에서의 유량을 아래 제시한 방법에 의해서 구하라. 단, 하상경사는 S_0=0.00064이고 각 단면에 있어서의 조도계수는 $n_1 = 0.040, n_2 = 0.025, n_3 = 0.035$이다.

(a) 영역분할법

(b) 등가조도법

i) Horton식 사용

ii) Pavlovskii식 사용



<그림> 복합단면

[풀이]

(a) 영역분할법

유량을 Q_1, Q_2, Q_3로 나누어 계산한다.

단면 Ⅰ :

$$A_1 = 1.5\times97+\frac{1}{2}\times3\times1.5 = 147.75m^2$$

$$P_1 = 97+\sqrt{1.5^2+3^2} = 100.35m$$

$$R_{h_1} = 147.75/100.35 = 1.47m$$

$$Q_1 = \frac{1}{n}A_1R_{h_1}{}^{2/3}S_0{}^{1/2} = \frac{1}{0.04}\times147.75\times1.47^{2/3}\times0.00064^{1/2}$$

$$= 120.81m^3/\text{sec}$$

단면 Ⅱ:

$$A_2 = 1.5\times70+\frac{1}{2}(70+66)\times2 = 241m^2$$

$$P_2 = 66+2\sqrt{2^2+2^2} = 71.66m$$

$$R_{h_2} = 241/71.66 = 3.36m$$

$$Q_2 = \frac{1}{n_2}A_2R_{h_2}{}^{2/3}S_0{}^{1/2} = \frac{1}{0.025}\times241\times3.36^{2/3}\times0.00034^{1/2}$$

$$= 547.09m^3/\text{sec}$$

단면 Ⅲ:

$$A_3 = 77\times1.5+\frac{1}{2}\times3\times1.5 = 117.75m^2$$

$$P_3 = 77+\sqrt{3^2+1.5^2} = 80.35m$$

$$R_{h_3} = 1.47m$$

$$Q_3 = \frac{1}{n^3}AR_{h3}{}^{2/3}S_0^{1/2} = \frac{1}{0.035}\times117.75\times1.47^{2/3}\times0.00064^{1/2}$$

$$= 110.03m^3/\text{sec}$$

∴ 따라서 전체 유량의 합으로 된다.

$$Q = Q_1+Q_2+Q3 = 120.81+547.09+110.03$$

$$= 777.93m^3/\text{sec}$$

(b) 등가조도법

$n_1 = 0.04,\ n_2 = 0.025,\ n_3 = 0.035,\ A = 506.5$
$P_1 = 100.35,\ P_2 = 71.66,\ P_3 = 80.35,\ P = 252.36$
$R = 506.5/252.36 = 2.01$

i) Horton 방법

식(5.48)로부터

$$n_e = \left(\frac{\sum n_i^{3/2} P_i}{\sum P_i}\right)^{2/3}$$
$$= \left(\frac{0.04^{3/2} \times 100.35 + 0.025^{3/2} \times 71.66 + 0.035^{3/2} \times 80.35}{100.35 + 71.66 + 80.35}\right)^{2/3}$$
$$= 0.0344$$

[풀이] 계속

$$\therefore Q = \frac{1}{n_e} A R_h^{1/2} S_0^{1/2}$$
$$= \frac{1}{0.0344} \times 506.5 \times 2.01^{2/3} \times 0.00064^{1/2}$$
$$= 593.26 m^3/\sec$$

ii) Pavlovskii방법

식(5.51)로부터

$$n_e = \left(\frac{\sum P_i n_i^2}{\sum P_i}\right)^{1/2}$$
$$= \left(\frac{100.35 \times 0.04^2 + 71.66 \times 0.025^2 + 80.35 \times 0.035^2}{252.36}\right)^{1/2}$$
$$= 0.0347$$
$$\therefore Q = \frac{1}{n_e} A R_h^{1/2} S_0^{1/2}$$
$$= \frac{1}{0.0347} \times 506.5 \times 2.01^{2/3} \times 0.00064^{1/2}$$
$$= 588.13 m^3/\sec$$

5.3.4 등류수심의 계산

유량이 주어지고, 등류수심 y_n을 구하는 문제는 유량을 구하는 경우와는 달리 복잡한 과정을 거쳐야 하는 것이 일반적이다. 등류수심 y_n은

$$Q = \frac{1}{n} A R_h^{\frac{2}{3}} S_0^{\frac{1}{2}}$$

(5.53)

을 만족하는 수심이다. 상기 식은 다음과 같이 나타낼 수도 있다.

$$\begin{aligned} Q &= K S_0^{1/2} \\ K &= \frac{1}{n} A R_h^{2/3} \end{aligned} \tag{5.54}$$

여기서 K는 개수로의 통수능(conveyance)이라 부르며, 수로 단면의 통수능력을 나타내는 양이다. 조도 n과 단면형이 주어지면 K는 수심만의 함수이므로 등류수심 y_n을 구할 수 있다. 편의를 위해서 식(5. 53) 또는 (5. 54)를 변형하면

$$\frac{Q \cdot n}{\sqrt{S_0}} = A R_h^{2/3} \tag{5.55}$$

로 쓸 수 있다. 직각사각형 단면을 예로 들어 등류수심 y_n을 구하는 방법에 대해서 설명하자. 폭이 b인 수로에 등류수심 y_n으로 물이 흐르는 경우 식(5. 55)는 다음과 같이 표현된다.

$$\frac{Q \cdot n}{\sqrt{S_0}} = (b y_n)\left(\frac{b y_n}{b + 2 y_n}\right)^{2/3}$$

(5.56)

이 식에서 주어진 Q, n 및 S_0를 이용하여 좌변을 계산해 두고, 우변의 값이 좌변값과 일치하도록 y_n을 결정하면 된다. 그러나 우변은 y의 복잡한 함수로 표시되어 있기 때문에, 특수한 경우를 제외하고는 해석적인 방법으로 쉽게 y_n을 구하기는 어렵다. 실제 문제에 있어서는 시산법이나 도시적 해법을 이용하게 되는데 구체적인 것은 예제를 통하여 설명한다. 수로단면이 삼각형이거나 사다리꼴 단면에 대해서도 위와 동일한 방법으로 y_n을 구할 수 있다.

[예제 5.6] 저면폭이 b=10m이고 수로경사가 S_0=0.0001인 사다리꼴 단면수로에 Q=20 m^3/sec의 물이 흐르고 있다. 측면경사가 1:1일 때 등류수심을 구하라. 단 조도계수 n=0.012이다.

[풀이]

Manning 공식을 기지값(주어진 값)과 미지값(찾는 값)으로 구분하여 정리하면 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$AR_h^{2/3} = \frac{nQ}{\sqrt{S_0}} = \frac{0.012 \times 20}{\sqrt{0.0001}} = 24 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots ②$$

결국 적절한 수심 y를 가정하여 $AR_h^{2/3}$값이 24에 근사한 값이 되는 y를 찾으면 된다. 처음 가정치를 y=2로 시작하여 계산과정을 표 E9.10.1에 제시한다.

표 E9.10.1

가정치 y	$A=by+my^2$	$P=b+2\sqrt{1+m^2}\,y$	$R=A/P$	$R_h^{2/3}$	$AR_h^{2/3}$	비 고
2	24	15.66	1.53	1.33	31.92	
1.5	17.25	14.24	1.21	1.14	19.67	
1.7	19.89	14.81	1.34	1.22	24.27	
1.65	19.22	14.67	1.31	1.20	23.06	
1.68	19.62	14.75	1.33	1.21	23.74	
1.69	19.76	14.78	1.34	1.22	24.11	

따라서 $AR_h^{2/3}$의 값이 근사적으로 24가 되는 $y_n = 1.69m$가 등류수심이 된다.

5.3.5 최적수리단면

최적수리단면(hydraulically optimum section or best hydraulic section)이란 주어진 유수단면적에 대하여 식(5.54)로 표현되는 통수능이 최대이거나, 유량이 최대로 되는 단면을 말한다. Manning공식을 이용하여 유량을 표현하면

$$Q = AV = \frac{1}{n} A R_h^{2/3} S_0^{1/2}$$

또는

$$Q = \frac{1}{n} \frac{A^{5/3}}{P^{2/3}} S_0^{1/2} \tag{5.57}$$

이 된다. 상기 식에서 단면적 A, 조도계수 n 및 수로경사 S_0가 주어졌을 때, 유량이 최대가 되기 위해서는 동수반경 R_h가 최대가 되거나 또는 윤변 P가 최소가 되어야 한다는 것을 알 수 있다. 결국 최적수리 단면은 주어진 단면에 대해서 R_h가 최대이거나 P가 최

소가 되는 것이다.

1. 직사각형 단면

수로폭이 b인 직사각형 단면에서 수심이 y라면 단면적 A 및 윤변 P는 다음과 같이 표현된다.

$$A = by$$

$$P = b + 2y$$

상기 식에서 $b = \dfrac{A}{y}$를 P에 대입하면

$$P = \frac{A}{y} + 2y$$

가 된다. 최대유량이 되기 위해서는 윤변이 최소가 되어야 하므로, 즉 $\dfrac{dP}{dy} = 0$을 만족해야 하므로

$$\frac{dP}{dy} = \frac{d}{dy}\left(\frac{A}{y} + 2y\right) = -\frac{A}{y^2} + 2 = 0$$

이 되고, 다시 $A = by$를 대입하고 정리하면 다음과 같이 된다.

$$y = \frac{b}{2}$$
(5.58)

따라서 직사각형 수로단면의 최적수리 단면은 수심이 수로폭의 1/2이 되는 경우이다. P가 최소일 때 R_h가 최대이므로 동수반경의 최대치는 다음과 같이 된다.

$$R_{hmax} = \frac{A}{P} = \frac{by}{b + 2y} = \frac{2y^2}{2y + 2y} = \frac{y}{2}$$

2. 사다리꼴 단면

사다리꼴 단면은 개수로에 있어서 흔히 이용되는 단면이다. 사다리꼴 단면에서 단면적과 윤변은 각각 다음과 같이 표시된다.

$$A = by + my^2$$
$$P = b + 2y\sqrt{1+m^2}$$
(5.59)

첫 번째 식에서 $b = \dfrac{A}{y} - my$를 P에 대입하면

$$P = \frac{A}{y} - my + 2y\sqrt{1+m^2}$$

이 된다. 이 경우는 측면경사 m이 포함되어 있으므로, 직사각형의 경우와는 달리 y뿐만 아니라 측면경사 m도 변수이므로 P가 최소이기 위해서는 $\partial P/\partial y=0$의 조건에 대해서

$$\frac{dP}{dy}\Big|_{m\,=\,const} = \frac{d}{dy}\left(\frac{A}{y} - my + 2y\sqrt{1+m^2}\right)$$

$$= -\frac{A}{y^2} - m + 2\sqrt{1+m^2} = 0$$

상기식에 $A = by + my^2$을 대입하면 다음과 같이 된다.

$$-\frac{b}{y} - 2y\left(\sqrt{1+m^2} - m\right) = 0$$

또는

$$b = 2y\left(\sqrt{1+m^2} - m\right) \tag{5.60}$$

상기 식은 측면경사가 임의의 값으로 고정된 경우의 최적 수리 단면이기 위한 저면폭 b와 수심y의 관계를 나타낸다.

수심이 고정되었다고 가정하고, m이 변수인 경우에 대해서는

$$\frac{dP}{dm}\Big|_{y\,=\,const} = \frac{d}{dm}\left(\frac{A}{y} - my + 2y\sqrt{1+m^2}\right)$$

$$= -y + \frac{2my}{\sqrt{1+m^2}} = 0$$

또는

$$m = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

이 된다. 따라서 $\tan\theta = \frac{1}{m} = \sqrt{3}$ 이므로 $\theta = 60°$ 이다. 이것은 이 단면이 정육각형의 1/2의 크기를 의미한다.

사다리꼴 단면의 동수반경은 정의로부터

$$R_h = \frac{by + my^2}{b + 2y\sqrt{1+m^2}}$$

이고, 이 식에 식(5.60)을 대입하면 사다리꼴 최적수리 단면의 동수반경은 다음 식과 같이 된다.

$$R_h = \frac{2y\left(\sqrt{1+m^2} - m\right) + my^2}{2y\left(\sqrt{1+m^2} - m\right) + 2y\sqrt{1+m^2}} = \frac{y}{2}$$

[예제 5.7] 저면폭이 b이고 측면경사가 1:1인 사다리꼴 단면에 Q=30㎥/sec의 유량으로 물이 흐를 때 최적 수리단면을 구하라. 단 하상경사는 S_0=0.001이고, n=0.016이다.

[풀이]

사다리꼴 단면의 단면적과 윤변은 다음과 같다

$$A = by + my^2$$

$$P = b + 2wy\sqrt{1+m^2}$$

측면경사 m이 주어진 경우 최적 수리단면은

$\frac{dP}{dy}|_{m=const} = 0$ 의 조건을 만족하므로 이 조건으로부터

$b = 2y\left(\sqrt{1+m^2} - m\right) = 2y(\sqrt{2} - 1)$을 얻는다. 따라서

$$A = 2y^2(\sqrt{2}-1) + y^2$$
$$= \left(2\sqrt{2} - 1\right)y^2 = 1.83y^2$$
$$P = 2y(\sqrt{2}-1) + 2y\sqrt{2}$$
$$= 2y\left(2\sqrt{2} - 1\right) = 3.66y$$
$$R_h = \frac{1.83y^2}{3.66y} = 0.5y$$

또 Manning공식으로부터

$$Q = \frac{1}{n}AR_h^{2/3}S_0^{1/2}$$

$$30 = \frac{1}{0.016} \times 1.83y^2 \times (0.5y)^{2/3} \times 0.001^{1/2}$$

$$y^{8/3} = 13.17$$
$$y = 2.63m$$
$$b = 2(\sqrt{2}-1) \times 2.63 = 2.18m$$

5.3.6 한계경사

개수로에 있어서 흐름이 상류인가 아니면 사류인가에 따라 흐름의 특성은 매우 달라진다. 따라서 개수로흐름 문제를 다루는 경우 사전에 등류수심(y_n)과 한계수심(y_c)과의 대소관계를 반드시 검토하여야 한다. 그런데 한계수심은 수로경사와는 관계없이 유량과 단면 형상만으로 결정되나 등류수심은 유량, 수로경사 및 조도에 의해서 달라지며, 수로경사가 증가하면 등류수심은 감소한다. 따라서 주어진 유량에 대해서 등류수심과 한계수심가 일치하는 경사가 반드시 존재한다. 이러한 경사를 한계경사라고 한다. 한계류가 되기 위한 조건식

$$\frac{Q^2 b_t}{gA^3} = 1$$

과 Manning공식을 이용한 유량 관계식

$$Q = \frac{1}{n} A R_h^{2/3} S_0^{1/2}$$

에서 Q를 소거하면 다음과 같은 관계를 얻는다.

$$\frac{gA_c^3}{b_t} = \left(\frac{1}{n} A_c R_{h_c}^{2/3} S_c^{1/2} \right)$$

상기 식을 정리하면 다음과 같이 한계경사를 구할 수 있다.

$$S_c = \frac{gn^2}{R_{h_c}^{4/3}} \frac{A_c}{b_t}$$

(5.61)

여기서 첨자 c는 한계흐름을 나타낸다. 수리 평균심의 정의식 $D = A/b_t$를 대입하면 S_c는 다음과 같이 된다.

$$S_c = \frac{gn^2 D_c}{R_{h_c}^{4/3}}$$

(5.62)

또, 한계류 조건의 다른 표현식인 $V^2/2g = D/2$를 이용하면 S_c는 다음과 같이 표현할 수도 있다.

$$S_c = \frac{n^2 V_c^2}{R_{h_c}^{4/3}} \qquad (5.63)$$

또 수심에 비해 폭이 상당히 큰 직사각형 수로에 대해서는 동수반경은

$$R_h = \frac{A}{P} = \frac{by}{b+2y} \cong y$$

인데 $y \ll b$이므로 근사적으로 $R_h \cong y$이고 또 D=y이므로 식(5. 63)으로부터 다음 식을 얻는다.

$$S_c = \frac{gn^2}{y_c^{1/3}} \tag{5.64}$$

수로경사 S_0가 $S_0 < S_c$인 경우를 완경사라 하고 이때 등류수심(y_n)과 한계수심(y_c)과의 대소 관계는 $y_n > y_c$로 되어 흐름은 상류이다. 반대로 $S_0 > S_c$인 경우를 급경사라 하고, 이 경우에는 $y_n < y_c$로 되어 흐름은 사류이다.

[예제 5.8] 폭 b=5m인 직사각형 수로에 Q=10㎥/sec의 물이 흐를 때 한계경사 S_c를 구하라. 단 n=0. 012

[풀이]

등류수심 y_n과 한계수심 y_c가 일치하는 수로경사가 한계경사이므로 Manning 공식은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$Q = \frac{1}{n} A_c R_{h_c}^{2/3} S_c^{1/2}$$
$$= \frac{1}{n}(by_c)\left(\frac{by_c}{b+2y_c}\right)^{2/3} S_c^{\ 1/2}$$

이 식을 S_c에 대하여 정리하면

$$S_c = \frac{Q^2 n^2}{(by_c)^2\left(\dfrac{by_c}{b+2y_c}\right)^{4/3}} \cdots\cdots ①$$

그런데 직사각형 수로의 한계수심은

$$y = \left(\frac{Q^2}{gb^2}\right)^{1/3} = 0.74m$$

이므로 이것을 식①에 대입하면

$$S_c = \frac{10^2 \times 0.012^2}{(5\times 0.74)^2\left(\dfrac{5\times 0.74}{5+2\times 0.74}\right)^{4/3}} = 0.00222$$

5.4 개수로의 점변류

점변류는 흐름상태가 매우 완만하기 때문에, 흐름 해석을 위해서는 수로 구간이 길어지므로 마찰저항이 중요하게 작용한다. 따라서 수면 곡선의 표현이나 수면 곡선의 계산은 마찰손실을 고려한 에너지 방정식이 채택된다. 본절에서 다루는 점변류와 같이 흐름의 변화가 완만한 경우에는 근사해석이 가능하며, 이러한 근사해석을 위해서는 아래와 같은 가정이 필요하다.

1. 한 단면에서의 에너지 손실은 일정한 수심과 유속을 갖는 등류와 동일하게 해석한다. 따라서 주어진 수로 단면에서 Manning공식과 같은 평균유속 공식을 사용할 수 있다.
2. 수로경사가 극히 작기 때문에 수로 바닥에서 수면까지의 연직거리(y)나 수직거리(d)가 서로 같고, 압력은 정수압분포를 한다.
3. 수로의 단면은 항상 일정하다. 즉, 균일단면으로 가정한다.
4. 흐름은 1차원 즉 수로에 연한 거리 x만의 함수이고, 유선이 거의 평행한 1방향 흐름으로 가정한다.
5. 전 수로구간에 걸쳐 조도는 수심에는 무관하고, 일정한 값을 갖는다.

5.4.1 점변류에 대한 기본방정식

그림 5.14와 같이 경사가 완만한 수로에 있어서 수로 구간 길이 dx에 대한 수면의 변화를 생각한다. 수로경사는 S_0이고, 유속 V와 수심 y가 x에 따라 변화할 때 단면 ①, ②에 대해서 베르누이정리를 적용하면 다음과 같은 식을 얻는다.

$$\frac{V^2}{2g}+y+z=\frac{V^2}{2g}+d\left(\frac{V^2}{2g}\right)+y+dy+z+dz+dh_L \tag{5.65}$$

여기서 y는 수면에서 수로바닥까지의 연직거리이고, 운동에너지 보정계수는 $a = 1$로 취했다. 상기 식을 dx로 나누고 정리하면 다음과 같이 된다.

$$\frac{d}{dx}\left(\frac{V^2}{2g}\right)+\frac{dy}{dx} = -\frac{dz}{dx}-\frac{dh_L}{dx}$$
(5.66)

수로경사각이 극히 작으므로 $-dz=S_0dx$이고 마찰손실수두는 $dh_L=S_fdx$이므로 이것을 위 식에 대입하면 다음 식을 얻는다.

$$\frac{d}{dx}\left(\frac{V^2}{2g}\right)+\frac{dy}{dx} = S_0 - S_f \tag{5.67}$$

여기서 S_f는 에너지선의 경사이다. 상기 식을 미분의 연쇄법칙을 이용하여 변형하면

$$\frac{d}{dy}\left(\frac{V^2}{2g}\right)+\frac{dy}{dx}= S_0 - S_f$$
(5.68)

가 되고, 거리에 따른 수면의 변화 $\frac{dy}{dx}$에 대해서 정리하면 다음과 같이 된다.

$$\frac{dy}{dx} = \frac{S_0 - S_f}{1+\frac{d}{dy}\left(\frac{V2}{2g}\right)} \tag{5.69}$$

이제 우변 분모의 미분을 행하기 위해 Q = AV의 관계를 대입하면 식(5.69)는

$$\frac{dy}{dx} = \frac{S_0 - S_f}{1+\frac{Q^2}{2g}\frac{d}{dy}\left(\frac{1}{A^2}\right)} \tag{5.70}$$

이 되고 A가 y의 함수이므로 분모의 미분을 행하면 다음 식이 된다.

$$\frac{dy}{dx} = \frac{S_0 - S_f}{1+\frac{Q^2}{2g}\frac{d}{dy}\left(\frac{1}{A^2}\right)} = \frac{S_0 - S_f}{1+\frac{Q^2}{gA^3}\frac{dA}{dy}}$$

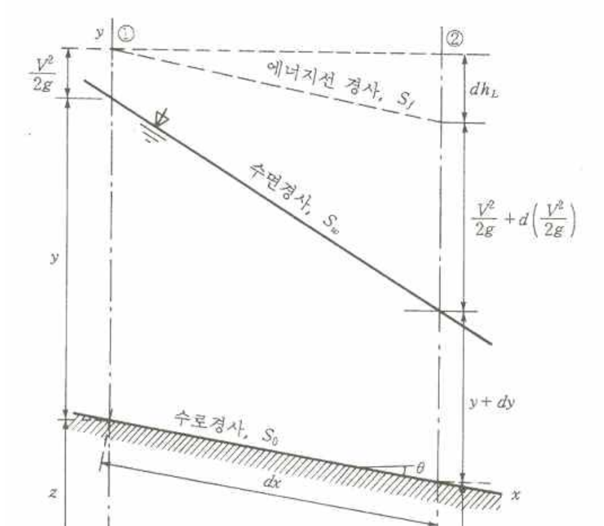


그림 5.14 점변류의 기본식 유도를 위한 정의도

여기서 $\dfrac{dA}{dy} = b_t$인 것을 고려하여 상기 식을 고쳐 쓰면 다음과 같이 된다.

$$\frac{dy}{dx} = \frac{S_0 - S_f}{1 + \dfrac{Q^2 b_t}{gA^3}} = \frac{S_0 - S_f}{1 + \dfrac{Q^2/A^2}{g(A/b_t)}}$$

(5.71)

식 (5.71)에서 $Q_2/A_2 = V_2$, $A/bt = D$이므로 고쳐 쓰면 다음과 같이 된다.

$$\frac{dy}{dx} = \frac{S_0 - S_f}{1 - \dfrac{V^2}{gD}} = \frac{S_0 - S_f}{1 - F_r^{\ 2}}$$

(5.72)

여기서 $F_r = V/\sqrt{gD}$로서 Froude수이다. 식(5.72)가 점변류에 대한 기본식이다. 수면곡선은 이 식을 적분하여야만 얻을 수 있으나, 적분하지 않고도 점변류의 수면변화에 대한 개괄적인 설명은 가능하다. 우선 식(5.72)의 우변을 S_0로 묶어서 정리하면

$$\frac{dy}{dx} = S_0 \frac{1 - S_f/S_0}{1 - F_r^{\ 2}} \tag{5.73}$$

가 되는데, 우변의 S_0, S_f 및 F_r의 값의 크기에 따라 dy/dx의 부호가 결정된다. 그러나 어느 경우도 dy/dx는 $dy/dx > 0$인 경우와 $dy/dx < 0$인 경우, 즉 거리에 따라 수심이 증가하는 배수곡선(backwater curve)과 거리에 따라 수심이 감소하는 저하곡선(drawdown curve)으로 된다. 이러한 수면 곡선의 형태를 좀 더 구체적으로 알아 보기위해 1. 일반수로 단면과 2. 광폭 직사각형 단면으로 나누고 각각에 대해서 식 (5.73)을 변형해 본다.

1. 일반수로 단면

식(5.71)과 (5.73)을 비교하면 다음 식을 얻을 수 있다.

$$F_r^{\ 2} = \frac{Q^2 b_t}{gA^3} \tag{5.74}$$

한계흐름에 대해서는 $F_r = 1$이므로 위 식은 다음과 같이 된다.

$$F_r^{\ 2} = \frac{Q^2 b_t}{gA_c^3} = 1$$

또는

$$\frac{Q^2}{g} = \frac{A_c^3}{b_t} \tag{5.75}$$

단면계수는 $Z = A\sqrt{D} = \sqrt{A^3/b_t}$ 이므로 이것을 위 식에 대입하면

$$\frac{Q^2}{g} = Z_c^{\ 2} \tag{5.76}$$

이 된다. 또 식(5.74)에서 b_t/A^3은 다음과 같다.

$$\frac{b_t}{A^3} = \frac{1}{Z^2}$$

위의 두식을 식(5.74)에 대입하여 식(5.73)을 고쳐 쓰면 다음 식을 얻는다.

$$\frac{dy}{dx} = S_0 \frac{1 - S_f/S_0}{1 - Z_c^{\ 2}/Z^2} \tag{5.77}$$

여기서 Z_c는 한계흐름에 대한 단면계수이다. 한편 Manning공식을 이용하여 수로경사 S_0와 에너지경사 S_f를 표현하면 각각 다음과 같이 된다.

$$S_0 = \left(\frac{nQ}{AnR_{h_n}^{\ 2/3}}\right)^2 = \left(\frac{Q}{K_n}\right)^2 \tag{5.78}$$

$$S_f = \left(\frac{nQ}{AnR_h^{\ 2/3}}\right)^2 = \left(\frac{Q}{K}\right)^2 \tag{5.79}$$

$$K_n = \frac{1}{n} A_n R_{h_n}^{\ 2/3}$$
$$K = \frac{1}{n} A R_h^{\ 2/3}$$

여기서 K_n 및 K는 각각 등류 및 부등류에 대한 통수능(conveyance)을 나타낸다. 식(5.78) 및 (5.79)를 (5.77)식에 대입하면 다음과 같이 일반 수로단면에서 적용할 수 있는 점변류의 수면 경사에 대한 기본식을 얻는다.

$$\frac{dy}{dx} = S_0 \frac{1 - K_n^{\ 2}/K^2}{1 - Z_c^{\ 2}/Z^2} \tag{5.80}$$

2. 광폭 직사각형 단면 수로

수심에 비해 폭이 매우 넓은 직사각형 단면 수로의 경우는 근사적으로 $R_h = y = D$이므로

Manning공식을 이용하면, 식(5.77)에서 수로경사 S_0와 에너지경사 S_f는 각각 다음과 같이 표시된다.

$$S_0 = \left(\frac{nQ}{A_n R_{h_n}{}^{4/3}}\right)^2 = \frac{n^2 Q^2}{b^2 y_n^{10/3}}$$

$$S_f = \left(\frac{nQ}{A_n R_h{}^{4/3}}\right)^2 = \frac{n^2 Q^2}{b^2 y^{10/3}}$$

여기서 수로폭 b가 일정하므로S_f를 S_0로 나누면 다음과 같이 된다.

$$S_f / S_0 = \left(\frac{y_n}{y}\right)^{10/3} \tag{5.81}$$

그리고 한계수심에 대한 단면계수 Z_c와 부등류에 대한 단면계수 Z도 수심 y와 한계수심 y_c로 다음과 같이 표시할 수 있다.

$$Z_c = \sqrt{\frac{A_c{}^3}{b_t}} = \sqrt{\frac{b^3 y_c^3}{b}} = \sqrt{b^2 y_c^3}$$

$$Z = \sqrt{\frac{A^3}{b_t}} = \sqrt{b^2 y^3}$$

따라서 윗식으로부터 다음 식을 얻는다.

$$\frac{Z_c{}^2}{Z^2} = \left(\frac{y_c}{y}\right)^3 \tag{5.82}$$

식(5.81) 및 (5.82)를 식(5.77)에 대입하면, 광폭 직사각형 단면에 대한 점변류의 기본식을 얻는다.

$$\frac{dy}{dx} = S_0 \frac{1 - (y_n/y)^{10/3}}{1 - (y_c/y)^3} \tag{5.83}$$

Manning공식 대신에 Chezy의 평균유속 공식을 이용해도 식(5.83)과 유사한 형태의 식을 얻을 수 있다. Chezy식을 이용하여 S_0와 S_f를 표현하면 각각 다음과 같이 표현된다.

$$S_0 = \frac{Q^2}{C_n{}^2 A_n{}^2 R_{h_n}} = \frac{Q^2}{C_n{}^2 b^2 y_n{}^3}$$

$$S_f = \frac{Q^2}{C^2 A^2 R_h} = \frac{Q^2}{C^2 b^2 y^3}$$

여기서 $C_n \cong C$로 가정하고 S_f를 S_0로 나누면 다음 식이 된다.

$$S_f/S_0 = \left(\frac{y_n}{y}\right)^3 \tag{5.84}$$

단면계수에 대해서는 평균유속 공식과는 무관하므로 Z_c^2/Z^2은 식(5.82)를 그대로 사용할 수 있다. 식(5.82)와 (5.84)를 식(5.77)에 대입하고 정리하면 다음 식을 얻는다.

$$\frac{dy}{dx} = S_0\frac{1-(y_n/y)^3}{1-(y_c/y)^3} = S_0\frac{y^3 - y_n^3}{y^3 - y_c^3} \tag{5.85}$$

5.4.2 수면형의 분류

일반 단면수로에 관한 기본식 (5.80)을 이용하면 수면형을 구체적으로 분류하기 어려우므로, 식(5.83) 혹은 식(5.85)로 표현되는 광폭 직사각형 수로를 이용하여 수면형을 분류하기로 한다. 이 식들로부터 수면경사 dy/dx는 수로경사 S_0, y, y_n및 y_c만의 함수로 나타나 있는 것을 알 수 있다. 점변류의 수심 y는 임의의 값으로 취하기 때문에, 수면경사 dy/dx와 관계하는 것은 결국 S_0값의 부호와 y_n과 y_c의 대소관계이다.

$S_0 > 0$인 경우는 y_n과 y_c의 대소 또는 한계경사 S_c와 S_0의 대소관계로부터 다음과 같이 세 가지 경우로 분류할 수 있다.

$S_0 > S_c$ 또는 $y_n > y_c$: 완경사 수로(mild slope)

$S_0 > S_0$ 또는 $y_n < y_c$: 급경사 수로(steep slope)

$S_0 = S_c$ 또는 $y_n = y_c$: 한계경사 수로(critical slope)

표 5.3 S_0의 크기에 따른 수면형의 분류

경사의 종류	y_n 및 y_c의 관계	수면형의 종류
완 경 사 : $S_0 > S_c$	$y_n > y_c$	M-곡선
급 경 사 : $S_0 > S_c$	$y_n < y_c$	S-곡선
한계경사 : $S_0 = S_c$	$y_n = y_c$	C-곡선
수 평 상 : $S_0 = 0$	$y_n = \infty$	H-곡선
역 경 사 : $S_0 < 0$	$y_n =$ 허수	A-곡선

y_n과 y_c에 의해서 세 가지 영역으로 구분되는데, 점변류의 수심이 어느 곳에 존재하느냐

에 따라 각각 세 개씩의 수면곡선이 생길 수 있다. 그림에서 각 영역에 1, 2, 3의 번호를 붙여 완경사(M-곡선)인 경우에 M_1, M_2, M_3로 분류하고, 급경사(S-곡선)인 경우에는 S_1, S_2, S_3로 분류할 수 있다.

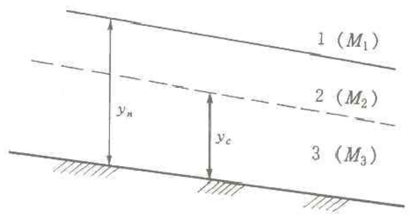


그림 5.15 완경사 ($S_0 < S_C$)의 경우

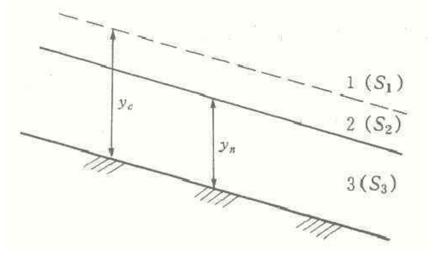


그림 5.16 급경사 ($S_0 > S_c$)의 경우

또 한계경사(critical slope)의 경우는 $y_n = y_c$이므로 $y > y_n = y_c$영역(C_1), $y = y_n = y_c$ (C_2)과 $y < y_n = y_c$영역(C_3)으로 3개의 수면곡선이 존재한다. 한편 수평상(horizontal bed)인 경우는 등류수심(y_n)이 무한대이고, 역경사(adverse slope)인 경우는 y_n이 정의되지 않으므로 각각 2개씩의 수면곡선 H_2, H_3 및 A_2, A_3가 존재한다.

따라서 수면곡선형은 $M_1, M_2, M_3, S_1, S_2, S_3, C_1, C_2, C_3, H_2, H_3, A_2, A_3$의 총 13종류로 분류된다. 이제 위에 열거한 13가지 수면곡선의 형태를 알아 보기 위하여 다음과 같은 식(5.83)

$$\frac{dy}{dx} = S_0 \frac{1 - (y_n/y)^{10/3}}{1 - (y_c/y)^3}$$

에서 S_0, y, y_n및 y_c의 대소관계로부터 dy/dx의 부호 및 dy/dx의 점근선을 구해 본다.

1. 완경사(M-곡선) : $0 < S_0 < S_c$, $y_n > y_c$

(1) $y > y_n > y_c$인 경우 (M_1곡선)

식(5.83)의 분자, 분모는 공히 양 (+)의 값이 되고 $dy/dx > 0$이 되어 배수곡선(backwater curve), 즉 흐름이 진행할수록 수심이 증가하는 형태의 수면이 된다. 또 $y > y_c$이므로 이 경우의 흐름상태는 상류(subcritical flow)이다. M_1곡선의 양쪽 경계의 형태를 알아 보기 위해 y의 점근상태를 보면, $y \rightarrow y_n$일 때 식(5.83)에서 $dx/dy \rightarrow 0$이 되어 수면은 수로바닥과 평행하고 따라서 등류수심선(y_n직선)이 점근선이 된다. 또 $y \rightarrow \infty$일 때는 $dy/dx \rightarrow S_0$가 되는데, 이것은 수심이 충분히 크게 되면 수면이 수평이 되는 것을 의미한다. M_1곡선은 전형적으로 댐이나 제어 구조물의 상류부에서 나타난다.

(2) $y_n > y > y_c$인 경우 (M_2곡선)

식(5.83)의 분자가 음(-)의 값, 분모가 양(+)의 값이 되어 $dy/dx < 0$이 되므로, 흐름이

진행되면서 수심이 감소하는 저하곡선(drawdown curve)이 된다. 또 $y > y_c$이므로 흐름상태는 상류(subcritical flow)이다. $y \to y_n$일 때는 $dx/dy \to \infty$이기 때문에 y_c선에 직교한다. M_2에 대한 실제 흐름 예로서는 단면이 급확대되거나 저수지 등으로 유입할때의 수면이다.

(3) $y_n > y_c > y$인 경우 (M_3곡선)

식(5.83)의 분자, 분모가 공히 음(-)의 값이 되어 $dy/dx > 0$이므로 배수곡선이 된다. 또 $y_c > y$이므로 흐름상태는 사류(supercritical flow)이다. $y \to y_c$일 때는 $dy/dx \to \infty$이므로 y_c 선에 직교하고, $y \to 0$일 때는 식(5.83)에서 $dy/dx \to \infty/\infty$의 부정형으로 보이지만, L'Hopital의 정리를 이용하면 $dy/dx \to \infty$가 되어 수로바닥에 직교한다. M_3곡선은 사류의 흐름이 완경사를 만날 때 나타난다. 실제 흐름 예는 수문 밑으로 유출하는 흐름의 수면형이나 수로경사가 완만하게 변한 뒤의 흐름 등이다.

2. 급경사(S-곡선) : $0 < S_c < S_0,\ y_c > y_n$

(1) $y > y_c > y_n$인 경우 (S_1 곡선)

식(5.83)에서 분자, 분모는 공히 양(+)의 값이 되어 $dy/dx > 0$이므로 배수곡선이 된다. 또 $y > y_n$이므로 흐름상태는 상류(subcritical flow)이다. 점근선에 대해서는 위에서 설명한 바와 같이 $y \to \infty$일 때는 $dy/dx \to S_0$가 되어 수면은 수평선에 점근하고 $y \to y_c$일 때는 $dy/dx \to \infty$가 되어 y_c선에 직교한다. S_1곡선의 흐름은 급경사부에 설치되어 있는 댐의 배후에서 나타난다.

(2) $y_c > y > y_n$인 경우(S_2 곡선)

식(5.83)의 분자는 양(+)의 값, 분모가 음(-)의 값이 되어 $dy/dx < 0$이므로 수면 곡선은 저하곡선이 된다. 또 $y_c > y$이므로 흐름상태는 사류(supercritical flow)이다. $y \to y_c$일 때는 $dy/dx \to \infty$이므로 y_c선에 직교하고, $y \to y_n$일 때는 $dy/dx \to 0$이므로 y_n이 점근선이 된다. S_2곡선의 실제 예로서는 수로 단면의 확대부의 하류측이나 계단형 장애물의 하류측 등에서 나타나는 흐름 등을 들 수 있다.

(3) $y_c > y_n > y$인 경우 (S_3곡선)

식(5.83)에서 분자, 분모 공히 음(-)의 값이 되어 $dy/dx > 0$이므로 수면곡선은 배수곡선이 된다. $y < y_c$이므로 흐름상태는 사류(supercritical flow)이다. $y \to y_c$일 때는 $dy/dx \to 0$이므로 y_n이 점근선이 되고, $y \to 0$일 때는 $dy/dx \to \infty$로 되어 수로바닥에 직교한다. S_3곡선은 수문 밑의 유출수가 등류수심보다 낮은 수심으로 급경사 수로를 흐를 때 수문 하류측에서 나타나는 흐름을 예로 들 수 있다.

3. 한계경사 (C-곡선) ; $S = S_{c,}\, y_n = y_c$

(1) $y > y_c = y_n$ 인 경우 (C_1곡선)

식(5.83)의 분자, 분모 공히 양(+)의 값이 되어, $dy/dx > 0$이 되므로 배수곡선이고 $y > y_c$이므로 흐름상태는 상류(subcritical flow)이다. $y \to \infty$일 때는 $dy/dx \to S_0$로 되어 수면은 수평이 된다.

(2) $y = y_c = y_n$인 경우 (C_2 곡선)

C_2곡선은 한계등류(uniform critical flow)를 나타낸다.

(3) $y_c = y_c > y$ (C_3 곡선)

식(5.83)에서 분자, 분모 공히 음(-)의 값이 되어 $dy/dx > 0$이므로 수면곡선은 배수곡선이 된다. $y < y_c$이므로 흐름상태는 사류(supercritical flow)이다. $y \to y_n$일 때는 $dy/dx \to 0$이므로 y_n이 점근선이 되고, $y \to 0$일 때는 $dy/dx \to \infty$로 되어 수로바닥에 직교한다. S_3곡선은 수문밑의 유출수가 등류수심보다 낮은 수심으로 급경사 수로를 흐를 때 수문 하류측에서 나타나는 흐름을 예로 들 수 있다.

표 5.4 수면형의 분류

수로경사	영역 I	영역 II	영역 III	y, y_n, y_c의 관계	수면형의 형식	흐름의 형태
완경사 $0<S<S_c$	M_1			$y>y_n>y_c$	배수곡선	상류
		M_2		$y_n>y>y_c$	저하곡선	상류
			M_3	$y_n>y_c>y$	배수곡선	사류
급경사 $S>S_c>0$	S_1			$y>y_c>y_n$	배수곡선	상류
		S_2		$y_c>y>y_n$	저하곡선	사류
			S_3	$y_c>y_n>y$	배수곡선	사류
한계경사 $S=S_c>0$	C_1			$y>y_c=y_n$	배수곡선	상류
		C_2		$y=y_c=y_n$	등류곡선	한계류
			C_3	$y_c=y_n<y$	배수곡선	사류
수평상 $S=0$				$y>y_n<y_c$	없 음	없음
		H_2		$y_n>y>y_c$	저하곡선	상류
			H_3	$y_n>y_c>y$	배수곡선	사류
역경사 $S<0$				$y>y_c$	없 음	없음
		A_2		$y>y_c$	저하곡선	상류
			A_3	$y_c>y$	배수곡선	사류

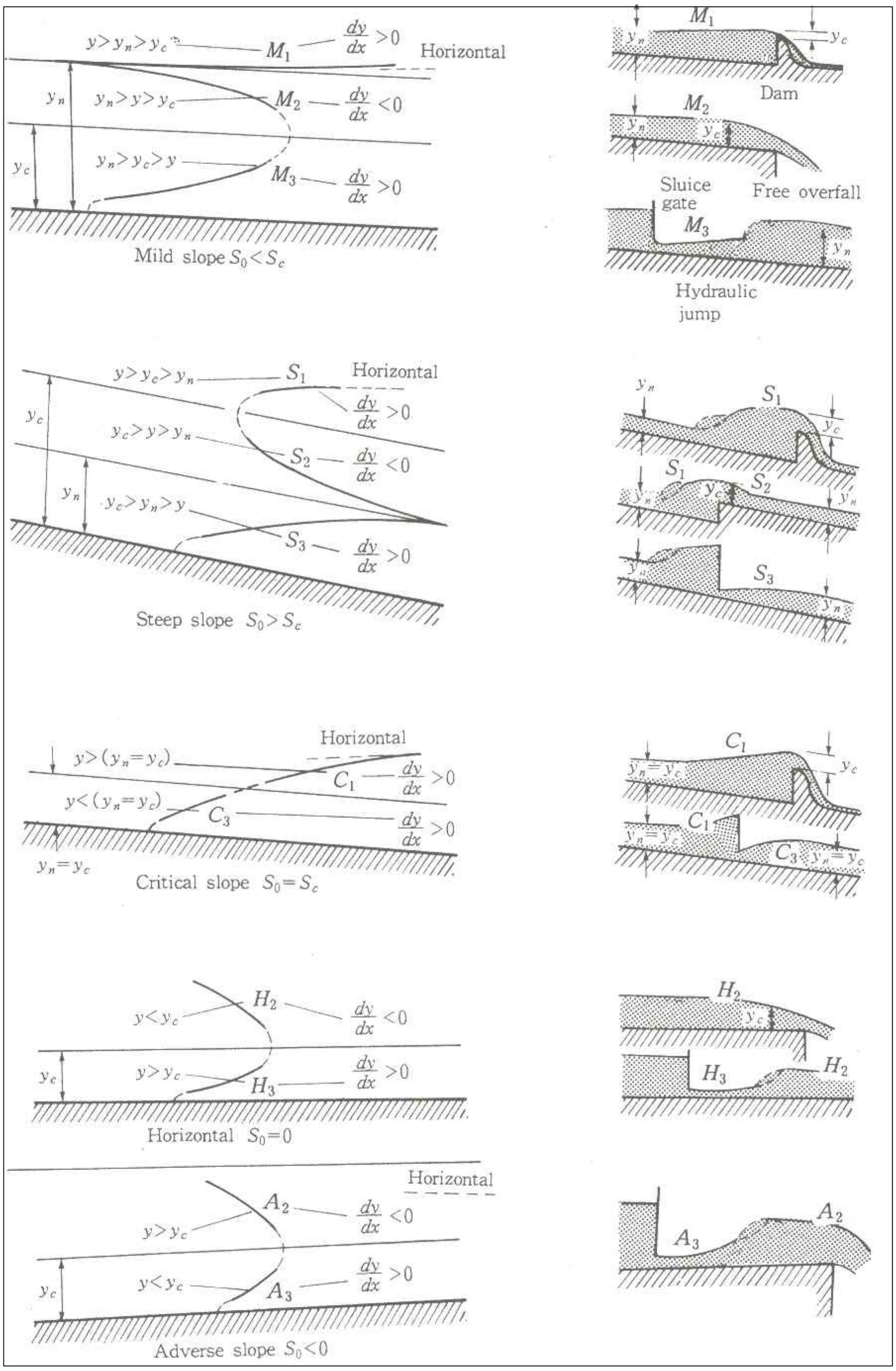


그림 5.17 각 수로 단면에 있어서의 수면형

5.4.3 지배단면(control section)

지배단면(control section)의 의미를 이해하기 위해 상류와 사류에 대해서 다시 한번 설명한다. 이미 설명한 바와 같이 상류와 사류는 Froude수의 대소에 따라 다음과 같이 구분된다.

$$F_r = \frac{V}{\sqrt{gD}} < 1 \quad : \quad \text{상류(subcritical flow)}$$

$$F_r = \frac{V}{\sqrt{gD}} > 1 \quad : \quad \text{사류(supercritical flow)}$$

여기서 V는 개수로 흐름의 유속이고, $\sqrt{gD}$는 수로 내의 장애물, 단면 변화, 흐름의 방향 변화 등으로 인해서 수면에 발생하는 장파성 교란의 전파속도이다. 이제 Froude수를 이용하여 이 둘의 관계를 알아 보자.

흐름상태가 상류일 경우에는 $V < \sqrt{gD}$이므로 흐름속도가 교란의 전파속도보다 작으므로 장파성 교란이 상류방향으로 전파되어 하류측의 조건이 상류까지 영향을 미친다. 그러나 사류의 경우는 반대로 $V > \sqrt{gD}$가 되어 흐름 전역은 상류에서 주어지는 유량만으로 규정되고 하류측 조건에는 관계가 없다. 이러한 의미로 상류(常流)를 하류통제(下流統制, downstream control)흐름이라 하고, 사류(射流)를 상류통제(上流統制, upstream control) 흐름이라고 한다. 따라서 수면곡선의 계산도 상류(常流)의 경우는 반드시 하류로부터 상류(上流) 방향으로, 사류일 경우는 반대로 상류(上流)로부터 하류를 향해서 계산을 진행하지 않으면 안 된다. 이러한 수면곡선의 계산을 수행할 때, 수심과 유량을 알고 있는 단면부터 시작하는데 이러한 단면을 통상 지배단면(control section)이라 한다.

그림 5.17과 같이 동일 수로에 상류(常流)와 사류가 공존하는 경우의 예를 들어 설명 해 보자. 이 경우는 상류측이 상류(常流)이므로 하류통제이고, 하류측은 사류이므로 상류통제이며, 그림에서도 볼 수 있는 바와 같이 그 계산의 출발점이 한계수심이 나타나는 위치로서 이단면이 지배단면이 된다.

한편 댐이나 위어와 같이 그 정점에 한계수심이 나타나는 구조물을 지배구조물이라고 말하고, 이와 같은 구조물에 의하면 지배단면의 한 점만의 수심을 계측해서 유량을 확정한다. 지배단면이 아니라면 그 단면에서 유속을 측정하지 않으면 유량을 정할 수가 없다. 이것이 위어가 유량 측정에 사용될 수 있는 원리이다.

그림 5.19는 개수로흐름에서 나타나는 지배단면에 대한 실제 흐름 예를 도시한 것이다.

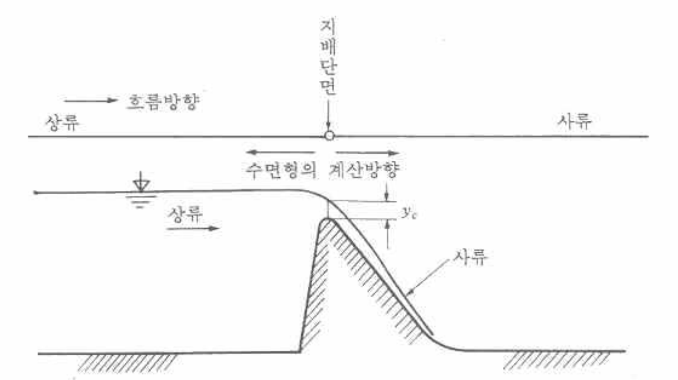


그림 5.18 지배단면과 계산방향

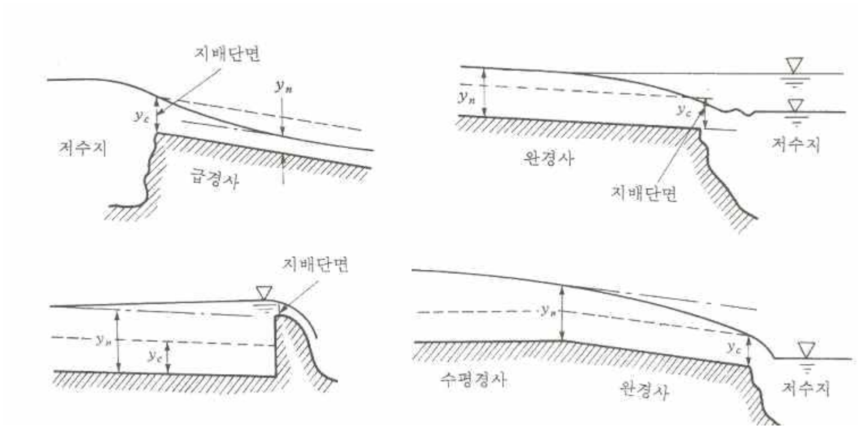


그림 5.19 지배단면의 실제 예

5.4.4 균일수로 단면의 수면곡선의 계산

앞에서 유도한 점변류의 수면 곡선식 (5.80), (5.83), (5.85)를 이용하면 수면곡선을 계산할 수 있다. 이러한 식들은 수면의 거리 변화에 따른 수심의 변화 dy/dx, 즉 미분방적식의 형태로 되어 있기 때문에 실제 형상을 결정하기 위해서는 이 방정식들을 수치적으로 적분해야 한다. 그러나 실제로 이것을 적분하는 것은 용이하지 않으므로, 많은 사람들이 간편한 계산법을 개발해 왔다. 이러한 수면곡선의 계산방법은 적분을 수행하는 방법에 따라 일반적으로 1. 도식적 해법, 2. 직접적분법 및 3. 축차계산법으로 분류된다.

점변류의 수면 곡선식을 직접 적분하는 방법으로서는 광폭 직사각형 단면수로에 Chezy의 유속공식을 적용하여 구한 기본식 (5.85)를 적분하는 Bresse방법, 광폭 포물선 단면에 관한 식을 Bresse와 유사한 방법으로 구하는 Tolkmitt공식, 또 사다리꼴, 원형, 삼각형 및 광폭 직사각형 등의 수로 단면에 적용할 수 있는 Chow 방법 등 여러 가지 방법이 있다.

5.4.5 임의단면수로의 수면곡선의 계산

자연하천에서는 수로단면형상, 하상경사 및 조도가 종단방향으로 변화하므로 수로에 대한 데이터를 얻기 위하여 현장 측량도 필요하다. 자연하천과 같은 임의 단면수로에 대한 수면곡선을 계산하기 위한 방법으로는 Escoffier 도식법과 표준축차계산법을 들 수 있다. 여기서는 현재 가장 많이 사용하고 있는 표준축차계산법에 대해서만 설명하기로 한다.

1. 표준축차계산법(standard step method)

이 방법은 직접축차법과는 달리 임의단면수로에 적용할 수 있으며, 특히 자연수로 단면에 아주 적합한 방법이다. 수로 단면이 임의 형태이기 때문에 수로에 대한 데이터를 얻기 위해 현장 측량도 필요하다.

표준축차법은 그림 5.20에 도시한 바와 같이 기준면으로부터의 수면표고를 이용하여 단면 1과 2에서의 총 에너지를 정의하고 에너지평형 관계를 이용하여 수면표고를 축차적으로 계산하는 방법이다. 먼저 기지의 수면고 Z_2에서 Δx만큼 떨어진 곳에서의 수면 표고 Z_1을 구해 나가는데, 이때 양단면의 에너지가 평형을 이룰 때까지 시행착오법을 이용하여 Z_1을 구한다.

그림 5.20에서 기준면으로부터의 수면표고는 단면 1, 2에서 각각 다음과 같다.

$$Z_1 = y_1 + z_1 = y_1 + S_o \Delta x + Z_2$$
$$Z_2 = y_2 + z_2$$

수면표고 Z_1, Z_2 를 이용하여 단면 1, 2에 베르누이정리를 적용하면 다음과 같이 표현된다.

$$Z_1 + \frac{{V_1}^2}{2g} = Z_2 + \frac{{V_2}^2}{2g} + h_L$$

(5.86)

각 단면에서의 총 에너지를

$$H_1 = Z_1 + \frac{{V_1}^2}{2g}$$

$$H_2 = Z_2 + \frac{{V_2}^2}{2g}$$

으로 정의하여 식(5.86)에 대입하면 다음 식을 얻는다.

$$H_1 = H_2 + h_L \tag{5.87}$$

여기서 h_L은 에너지손실수두로서 양 단면의 에너지선의 경사의 평균치$\left(\overline{S_f}\right)$를 이용하여 다음 식을 사용한다.

$$h_L = \overline{S_f}\,\Delta x = \frac{1}{2}\left(S_{f_1} + S_{f_2}\right)\Delta x$$
(5.88)

식 (5.88)을 (5.89)에 대입하면

$$H_1 = H_2 + \overline{S_f}\,\Delta x$$
(5.89)

이 되는데 이 식이 표준축차법의 기본식이다.

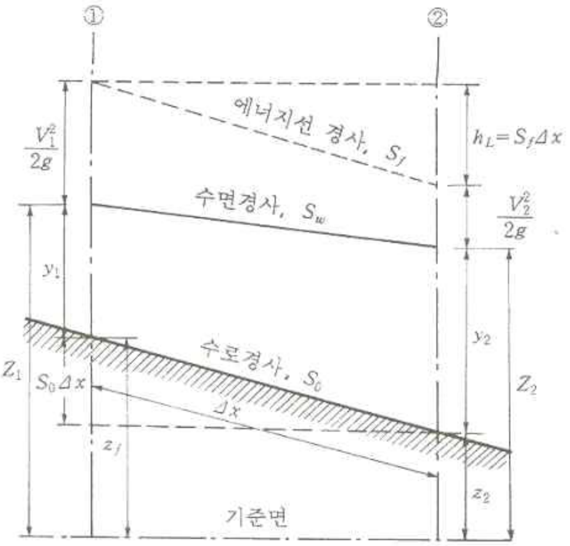


그림 5.20 축차계산을 위한 수로

표준축차법을 이용하여 수면 곡선식을 계산하는 절차를 요약하면 다음과 같다.

1. 기지의 수면표고 Z_2를 이용하여 $H_2 = Z_2 + {V_2}^2/2g$로부터 H_2계산한다.
2. 수면표고를 알고 있는 지점으로부터 임의 거리 Δx만큼 떨어진 단면에서의 수면 표고 Z_1을 적절히 가정한다.
3. 앞에서 가정한 Z_1을 $H_1 = Z_1 + {V_1}^2/2g$에 대입하여 H_1을 계산한다.
4. 마찰손실수두 $h_L = \overline{S_f}\Delta x$과 단계 1에서 구한 H_2를 더한 값, 즉 $H_2 = \overline{S_f}\Delta x$가 단계 3의 식(5.89)를 만족하는지 검토한다. 즉 $H_1 = H_2 + \overline{S_f}\Delta x$가 되는지 검토한다.
5. 위의 관계가 만족되지 않으면 만족할 때까지 반복 계산한다.

6 수류의 계측

6.1 서 론

수공학의 실제적인 문제로 하천 조사에서는 수위와 유속 또는 유량의 측정이 중요하고, 상수도에 의한 용수공급에서는 관속을 흐르는 송수량의 측정이 매우 중요하다. 또한 해안 및 하천에서는 부유사의 거동을 알기 위하여 유속과 난류의 변동속도를 측정해야 할 때가 있고, 방파제 등 수리 구조물에 작용하는 압력을 측정해야 할 때도 있다.

특히 수리 실험에 있어서는 수리 현상을 실험에 의해서 규명하게 되는데, 이때 모든 수리량을 측정해야 하므로 측정방법을 정확히 알아야 한다.

수류의 측정방법은 전자공학 분야 등의 기술을 응용한 많은 방법이 있으나, 여기서는 주로 수리학의 이론을 이용한 것에 대하여 설명하기로 한다

수리측정에 포함되는 물리량을 대별하면 다음과 같다.

(1) 기하학적인 길이를 표시하는 수리량 : 수심, 수위, 수로폭, 관경, 벽면의 조도 등
(2) 운동학적인 수리량 : 유속, 가속도, 압력강도, 유량 등
(3) 유체의 역학적 성질을 나타내는 수리량 : 밀도, 압력, 단위중량, 점성계수, 표면장력, 체적탄성계수 등

6.2 유속 측정

유속의 측정은 실험실에서 수리현상을 연구할 때, 압력과 함께 흐름의 운동학적 또는 역학적 상태를 분석하는 데 아주 중요하며, 하천의 유량을 구하고자 할 경우에도 반드시 필요하다. 유속의 측정에는 부자나 초음파 등에 의한 평균유속의 측정과 유속계나 피토관 등에 의한 점유속 측정이 있으나 여기서는 점유속 측정방법에 대하여 설명한다.

6.2.1 피토관(Pitot tube)

피토관은 프랑스의 피토(Henri de Pitot, 1695～1771)가 고안한 것으로 정압력(static pressure)과 정체압력(stagnation pressure)의 차를 이용하여 유속을 측정할 수 있다.

그림 6.1에서 점 A와 B점에 베르누이정리를 적용하면 다음과 같다.

$$\frac{V_A^2}{2g}+\frac{p_A}{\gamma}+z_A=\frac{V_B^2}{2g}+\frac{p_B}{\gamma}+z_B \tag{6.1}$$

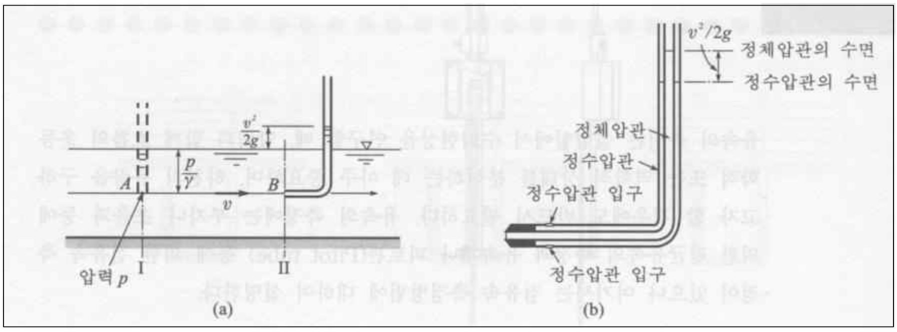


그림 6.1 피토관

흐름속에 관의 끝을 흐름의 방향과 반대의 방향으로 하여 나란히 설치하면 관의 끝단 ② 점에서의 유속은 0이다. 이와같이 물체의 끝단에서는 유속이 0인 점이 발생하며 이점을 정체점(stagnation point)이라 한다. 또한 그 점에서의 압력을 정체압력이라 한다. 따라서, 평행관에 대한 정체점에서는 다음의 관계를 얻을 수 있다.

$$\frac{p_2}{\gamma} = \frac{v_1^2}{2g} + \frac{p_1}{\gamma} \tag{6.2}$$

위와 같은 베르누이 식은 양변에 물의 단위중량을 곱함으로서 각항을 압력을 나타내는 항으로 표시할 수 있다.

$$p_2 = \frac{\rho v_1^2}{2} + p_1 \tag{6.3}$$

상기 식에서 $\frac{\rho v_1^2}{2}$은 유속에 의한 압력으로서 동압력(dynamic pressure), p는 정압력(static pressure)이라 부른다. 따라서 정체점에서의 압력인 ②점에서의 압력은 정체압력이며, 정체압력은 정압력과 동압력의 합으로 표시된다.

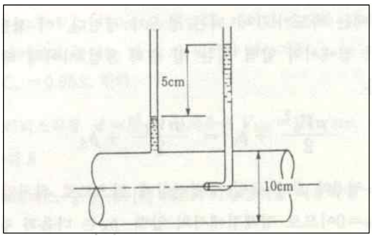
따라서, ①점의 유속은 정체압력인 ②의 압력과 정압력인 ①점의 압력의 차로 계산된다.

$$\frac{v_1^2}{2g} = \frac{p_2}{\gamma} - \frac{p_1}{\gamma} = h' \tag{6.4}$$

$$v_1 = \sqrt{2gh'} \tag{6.5}$$

이상과 같이 수면차(정압력과 정체압력의 차)를 측정하면 유속을 구할 수 있는 장치를 피토관이라 한다.

[예제 6.1] 다음 그림과 같이 물이 흐르고 있는 관 중심에 피토관을 설치할 경우 5cm 의 수두차가 발생하였다. 관 중심유속을 구하라.



[풀이]

$V = \sqrt{2gh}$ 로부터 $h = 5cm$이므로

$V = \sqrt{2gh} = \sqrt{2 \times 9.8 \times 0.05} = 0.99 m/\sec$

6.2.2 유속계

유속계는 실험실뿐만 아니라 하천, 호수 및 연안 해역에서도 많이 사용된다. 일반적으로 회전식 유속계는 회전자의 형식에 따라 프로펠러(propeller)형과 컵(cup)형으로 구분되며 프로펠러형이 많이 사용되고 있다.

유속계는 점유속을 측정하며, 그 원리는 유속이 큰 흐름에서는 회전자의 회전속도가 빠르고, 유속이 작은 곳에서는 회전속도가 느리다는 것이다. 이때 유속 v와 회전자의 회전속도 N의 관계는 다음과 같다.

$$v = aN + b \tag{6.6}$$

여기서, 상수 a, b는 유속계마다 다르며 검정에 의하여 결정된다. 유속계의 검정은 검정수로에서 여러 경우의 서로 다른 기지의 속도로 유속계를 이동시킨 후 유속과 회전자의 상관관계식을 얻어서 상수를 결정하거나 보정한다.

6.3 관수로의 유량측정

관수로의 유량측정은 일정한 시간동안 유출한 총량의 체적이나 중량을 계측하는 총량법, 피토관 등에 의하여 측정된 점유속에 면적을 곱하여 얻는 유속-단면적법 등 여러 가지가 있다. 여기서는 수리학적 원리를 이용하는 방법에 대하여 논하기로 한다.

6.3.1 벤츄리미터(Venturi meter)

그림 6.2와 같이 단면 2의 목부분에서는 관이 축소되어 속도는 증가하고 압력이 감소하는 관을 생각한다. 이때의 압력강하가 관을 통과하는 유량과 관계가 있는 것을 고려하여 목부분에서의 압력강하를 측정함으로서 유량을 구하는 장치를 벤츄리미터라 한다.

베르누이 방정식이 중심 유선에 따라 성립한다고 가정하고, 점 1, 2간에 베르누이 정리를 적용하는 다음 식으로 된다.

$$\frac{v_1^2}{2g}+\frac{p_1}{\gamma}+z_1=\frac{v_2^2}{2g}+\frac{p_2}{\gamma}+z_2$$

관이 수평으로 놓인 경우는 $z_1=z_2$이고 연속방정식을 적용하면 위식은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\frac{(\frac{Q}{A_1})^2}{2g}+\frac{p_1}{\gamma}=\frac{(\frac{Q}{A_2})^2}{2g}+\frac{p_2}{\gamma}$$

$$Q=\frac{A_1A_2}{\sqrt{A_1^2-A_2^2}}\sqrt{2g(\frac{p_1}{\gamma}-\frac{p_2}{\gamma})} \tag{6.7}$$

위식은 마찰 및 형상손실이 없다고 가정한 것이며, 관의 축소 및 확대에 따른 손실이 발생하므로 이를 보정해주기 위하여 유량계수 C를 고려하면 실제유량은 다음과 같다. (C≒0.95~1.00)

$$Q=C\frac{A_1A_2}{\sqrt{A_1^2-A_2^2}}\sqrt{2g(\frac{p_1}{\gamma}-\frac{p_2}{\gamma})} \tag{6.8}$$

그림과 같이 비중이 s인 U자형 액주계로서 측정된 경우 단면 1,2 사이의 압력강하량은 다음과 같다.

$$\frac{p_1-p_2}{\gamma}=\frac{\gamma_m h-\gamma h}{\gamma}=(\frac{\gamma_m}{\gamma}-1)h=(s-1)h \tag{6.9}$$

따라서 관을 통과하는 유량은 다음과 같다.

$$Q=C\frac{A_1A_2}{\sqrt{A_1^2-A_2^2}}\sqrt{2gh(s-1)} \tag{6.10}$$

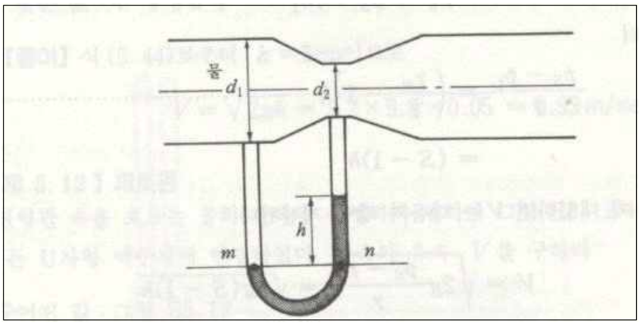
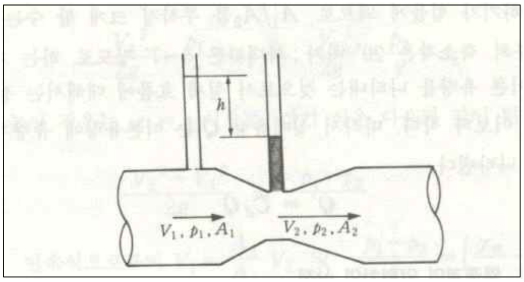


그림 6.2 벤츄리미터

[예제 6.2] 그림과 같이 벤츄리미터에 물이 유동하고 있다. 입구와 목부분의 압력차이는 9cm이다. 유량과 단면 A_1, A_2에서의 유속을 구하라. 단, 유량계수는 0.65이고, $d_1 = 10cm$, $d_2 = 4cm$이다.



[풀이]

$$Q = C\frac{A_1 A_2}{\sqrt{A_1^2 - A_2^2}}\sqrt{2g(\frac{p_1}{\gamma} - \frac{p_2}{\gamma})} \text{ 에서}$$

$$A_1 = \frac{\pi}{4}d_1^2 = \frac{\pi \times (0.1)^2}{4} = 0.00785m^2$$

$$A_2 = \frac{\pi}{4}d_2^2 = \frac{\pi \times (0.04)^2}{4} = 0.00126m^2$$

$$Q = 0.65\frac{0.00785 \times 0.00126}{\sqrt{0.00785^2 - 0.00126^2}}\sqrt{2 \times 9.8 \times 0.09}$$

$$= 0.0011m^3/\sec$$

$$V_1 = \frac{Q}{A_1} = \frac{0.0011}{0.00785} = 0.14m/\sec$$

$$V_2 = \frac{Q}{A_2} = \frac{0.0011}{0.00126} = 0.87m/\sec$$

6.3.2 오리피스

수조의 저면이나 측벽에 유출구를 설치하여 이 유출구를 통해 물을 유출시키는 경우 유출구를 오리피스라 한다. 유출구의 크기나 수면과의 관계로부터 작은 오리피스, 큰 오리피스, 수중 오리피스로 분류한다.

① 작은 오리피스

오리피스의 크기가 오리피스에서 수면까지의 수두에 비하여 작은 경우 즉, 오리피스 상하끝의 압력차가 작은 상태이다. 일반적으로 수두가 오리피스 직경의 5배 이상이면 작은 오리피스로 취급한다.

② 큰 오리피스

오리피스의 크기가 수두에 비해 커서 유속을 계산할 때 오리피스 상단에서 하단까지의 수두변화를 고려하는 오리피스를 말한다.

③ 단관(mouth piece)

오리피스에 짧은 관을 붙인 것으로서 단관의 형상 및 흐름의 상태에 따라 유량 계수가 다르나 유량계산은 오리피스와 동일하다.

④ 예연 오리피스(shap crested orifice)

오리피스의 끝이 날카로운 것으로서 일반적으로 오리피스는 칼날형으로 만든다.

⑤ 연직 오리피스(vertical orifice)

수조의 측벽에 설치한 오리피스를 말한다.

⑥ 수평 오리피스(horizontal orifice)

수조의 저면에 설치한 오리피스를 말하며 대표적인 것으로서 가장자리를 45°로 깎은 원형단면의 poncelt orifice가 있다.

⑦ 관 오리피스(pipe orifice, orifice meter)

관 속에 구멍 뚫린 얇은 판을 넣어 유량을 측정하는 장치를 관 오리피스라 한다. 오리피스판은 얇기 때문에 형태에 의한 유량의 변화는 없으나 유선이 급격히 변하기 때문에 관지름과 오리피스판의 구멍 지름의 비에 따라 유량은 크게 변한다.

⑧ 수중 오리피스(submerged orifice)

사출수맥이 수중으로 유출하는 경우 수중 오리피스라 한다.

⑨ 노즐(nozzle)

호스 선단에 붙여서 물을 사출할 수 있도록 한 점축소관을 말한다.

1) 작은 오리피스(small orifice)

오리피스의 크기가 오리피스에서 수면까지의 수두에 비해 작아 오리피스의 어느 점을 생각하여도 수심이 모두 같다고 생각되는 오리피스를 말한다. 즉, 오리피스 상하 끝의 압력차가 작은 상태이다. 일반적으로 다음과 같으면 작은 오리피스로 간주한다.

$$H > 5d \tag{6.11}$$

여기서 H는 오리피스 중심에서 수면까지 수두이며, d는 오리피스의 직경이다.

그림 6.3의 ①과 ②단면에 베르누이 정리를 적용하면 다음과 같다.

$$\frac{V_1^{\,2}}{2g} + \frac{p_2}{\gamma} + H = \frac{V_2^{\,2}}{2g} + \frac{p_2}{\gamma} + 0 \tag{6.12}$$

여기서 V_1은 오리피스를 향하여 흐르는 물의 유속으로서 V_2에 비하여 매우 작으므로 무시하고, p_2는 대기압이므로 무시하면

$$H = \frac{V_2^{\,2}}{2g}$$

와 같고, 따라서 유속은 다음과 같다.

$$V_2 = \sqrt{2gH} \tag{6.13}$$

실제유속은 물의 마찰 때문에 에너지손실이 발생하므로 유속계수 C_v를 곱하여 다음과 같이 나타낸다.

$$V = C_v \sqrt{2gH} \tag{6.14}$$

여기서 C_v는 유속계수로서 실제 유속과 이론 유속의 비이며 그 크기는 $C_v = 0.95 \sim 0.99$ 정도이다.

수조의 물은 유출구 부근으로 집결하기 때문에 관성에 의한 축류가 발생하여 그림과 같이 흐름의 단면적을 감소시킨다. 이때의 최소단면적 부분을 수축단면(vena contracta)이라 한다. 원형단면의 오리피스는 직경 d의 1/2지점에서 수축단면이 발생한다. 유출단면적 a는 실제 오리피스의 단면적 a보다 작게 되므로 수축계수 C_a를 곱하여 다음과 같이 나타낸다.

$$a_o = C_a a \tag{6.15}$$

여기서 C_a는 수축계수이며, $C_a = 0.612 \sim 0.72$로서 평균수축계수는 0.64정도가 된다. 따라서, 오리피스를 통한 유량은 다음과 같이 계산된다.

$$Q = a_o V = C_a C_v a\sqrt{2gH} = C a\sqrt{2gH} \tag{6.16}$$

여기서 C는 유량계수이며, $C = 0.60 \sim 0.64$ 정도이다.

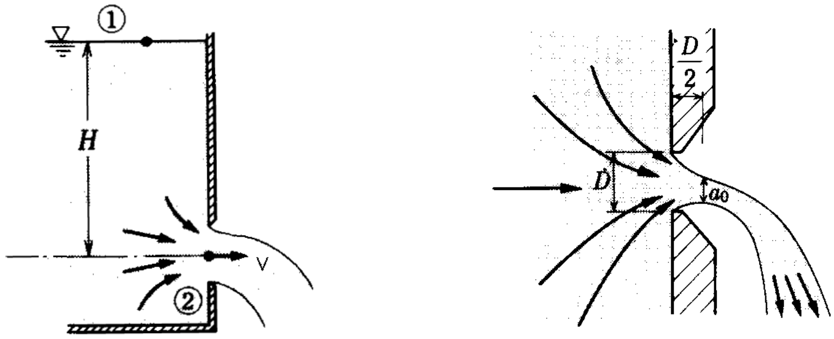


그림 6.3 작은 오리피스

2) 큰 오리피스(large orifice)

그림 6.4와 같이 오리피스에서 수면까지의 수두에 비하여 오리피스가 커서 유속을 계산할 때 오리피스의 상단에서 하단까지의 수두변화를 고려해야 하는 오리피스, 즉 $H < 5d$인 경우이다. 큰 오리피스에서는 오리피스를 향하여 흐르는 물의 유속인 접근유속 V_a를 고려하여야 한다.

그림 6.4의 ①과 ②단면에 베르누이 정리를 적용하면 다음과 같다.

$$\frac{V_a^2}{2g} + H + 0 = \frac{V^2}{2g} + 0 + 0 \tag{6.17}$$

따라서 유속은 다음과 같다.

$$V = \sqrt{2g\left(H + \frac{V_a{}^2}{2g}\right)} = \sqrt{2g(H + H_a)} \tag{6.18}$$

이 경우의 $H_a = V_a{}^2/(2g)$를 접근유속수두라 한다.

그림 6.4와 같은 직사각형 단면의 큰 오리피스에서 유출되는 유속을 V라 하면

$$V = C_v\sqrt{2gh} \tag{6.19}$$

가 되고, 미소면적 dA에서 유출되는 유량 dQ는 다음과 같다.

$$dQ = VdA = \sqrt{2gh}\ b\,dh$$

따라서

$$Q = \int_{H_1}^{H_2} VdA = \int_{H_1}^{H_2} \sqrt{2gh}\ b\,dh \tag{6.20}$$
$$= \frac{2}{3} b\sqrt{2g}\,(H_2^{3/2} - H_1^{3/2})$$

위 식에 의한 유량은 이론유량이므로 실제유량은 유량계수를 고려하여 다음과 같이 계산된다.

$$Q = \frac{2}{3}\,Cb\sqrt{2g}\,(H_2^{3/2} - H_1^{3/2}) \tag{6.21}$$

접근 유속을 고려하면

$$Q = \frac{2}{3}\,Cb\sqrt{2g}\{(H_2 + h_a)^{3/2} - (H_1 + h_a)^{3/2}\}$$
(6.22)

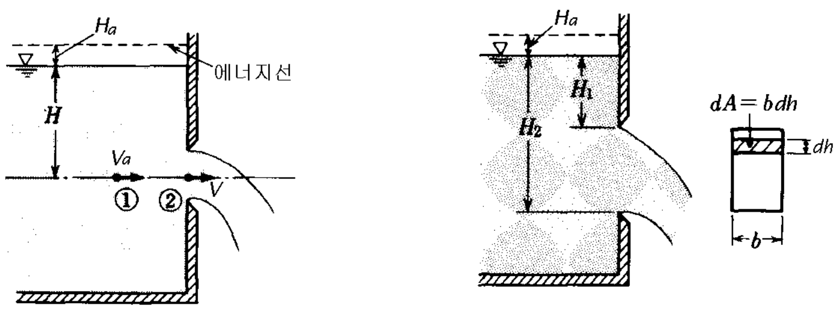


그림 6.4 큰 오리피스

3) 수중 오리피스(submerged orifice)

수조나 수로 등에서 수중으로 물이 유출되는 오리피스를 말하며, 유출수가 모두 수중으로

유출될 때는 완전 수중 오리피스라 하고, 그 일부가 수중에 있는 것을 불완전 수중 오리피스라 한다.

(1) 완전 수중 오리피스

일반적으로 수중오리피스라 함은 완전수중 오리피스를 말한다. 출구측의 물에 의하여 저항을 받으므로 유속은 작게 되며, 오리피스의 단면적이 커지더라도 유속은 등분포하는 것으로 간주한다.

그림 6.5에서 ①과 ② 두 점 사이에 Bernoulli의 정리를 적용하면 다음과 같다.

$$H_1 + \frac{V_a^{\ 2}}{2g} = H_2 + \frac{V^2}{2g} \tag{6.23}$$

$$\begin{aligned} V &= \sqrt{2g(H_1 - H_2) + V_a^{\ 2}} = \sqrt{2gH + V_a^{\ 2}} \\ &= \sqrt{2g(H + H_a)} \end{aligned} \tag{6.24}$$

여기서 접근유속수두 $H_a = V_a^2/(2g)$이다.

$V_a = 0$이면 $V = \sqrt{2gH}$이며, 여기서 사용되는 수두 $H = H_1 - H_2$이다. 유량 Q는 오리피스의 단면적을 a, 유량계수를 C라 하면 다음 식을 이용하여 계산된다.

$$Q = aV = Ca\sqrt{2gH} \tag{6.25}$$

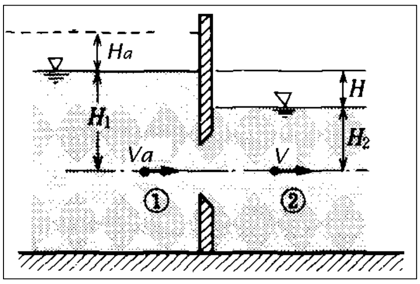


그림 6.5 완전 수중오리피스

(2) 불완전 수중 오리피스

그림 6.6과 같은 불완전 수중 오리피스의 유량은 상부는 큰 오리피스로, 하부는 완전 수중 오리피스로 생각하여 유량을 구할 수 있다. 즉,

$$Q = Q_1 + Q_2$$
$$= \frac{2}{3} C_1 b\sqrt{2g}\{(H_2 + h_a)^{3/2} - (H_1 + h_a)^{3/2}\} + C_2(H_2 - H)b\sqrt{2g(H - H_a)}$$
(6.26)

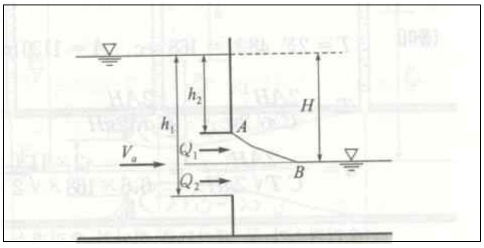


그림 6.6 불완전 수중오리피스

4) 관오리피스

관속에 구멍이 뚫린 얇은 판을 넣어서 유량을 측정하는 장치를 관오리피스라 한다. 그림 6.7과 같이 관내의 단면적을 축소시키면 유속은 빨라지고 압력은 작아진다. 압력강하량을 측정하여 유량을 구한다.

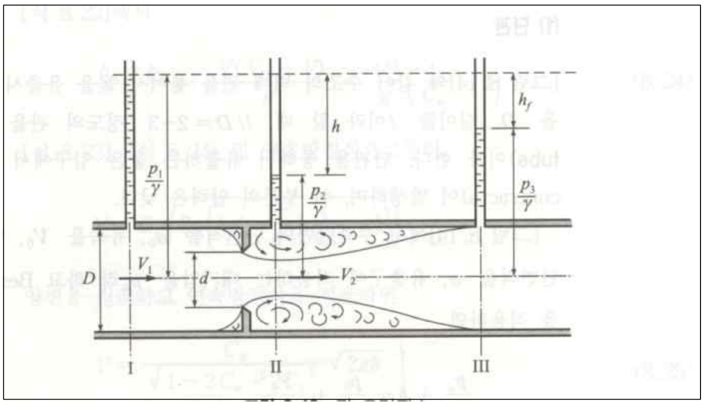


그림 6.7 관 오리피스

관의 단면 ①과 vena contracta 단면②에 베르누이 정리를 적용하면 다음과 같다.

$$\frac{V_1^2}{2g} + \frac{p_1}{\gamma} + 0 = \frac{V_2^2}{2g} + \frac{p_2}{\gamma} + 0 \tag{6.27}$$

$$V_2^2 - V_1^2 = 2g\left(\frac{p_1 - p_2}{\gamma}\right) \tag{6.28}$$

여기서, $Q = A_1 V_1 = A_2 V_2$에서

$$V_1 = \frac{A_2}{A_1} V_2$$

과 같으며, 또한 오리피스판의 단면을 ③단면이라 하면 vena contracta의 단면적 A_2는 오리피스판의 단면적 A_3보다 작다. 따라서, C_a를 수축계수라 하면

$A_2 = C_a A_3$ 이므로

$$V_1 = \frac{C_a A_3}{A_1} V_2$$

가 된다. 이식을 원래의 식에 대입하면 다음과 같이 정리할 수 있다.

$$V_2 = \frac{1}{\sqrt{1-(\frac{C_a A_3}{A_1})^2}} \sqrt{2g(\frac{p_1 - p_2}{\gamma})} \qquad (6.29)$$

이 유속은 손실수두가 없다고 가정하여 구한 유속이므로, 유속계수(C_v)를 곱하여 손실을 고려하면 실제유속은 $V_2 = C_v V_2$ 이므로 유량 Q는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} Q &= AV = C_a A_3 C_v V_2 \qquad (6.30) \\ &= CA_3 \frac{1}{\sqrt{1-(\frac{C_a A_3}{A_1})^2}} \sqrt{2g(\frac{p_1 - p_2}{\gamma})} \end{aligned}$$

여기서, C는 유량계수이다.

5) 오리피스에 의한 배수시간

(1) 일반적인 경우(대기중에 유출할 경우)

용기의 밑면에 단면적 a로 물을 유출시킬 때 수심이 H_1에서 H_2로 하강하는데 걸리는 시간을 구해보면 유출 시 유속 $V = C_v\sqrt{2gh}$ 이고 유량 $Q = Ca\sqrt{2gh}$이다. dt시간 동안 유출량을 dQ라 하고 이 때 수심 변화량을 dh, 수조의 단면적을 A라 하면

(6.31) $$dQ = -A\,dh = C\,a\sqrt{2gh}\,dt$$

$$dt = -\frac{A\,dh}{\mathrm{C\,a}\sqrt{2\mathrm{gh}}}$$

(6.32)

여기서 (-) 부호는 수위 하강을 의미한다.

수면이 H_1에서 H_2로 하강할 때 시간 T는 다음과 같다.

$$T = -\frac{2A}{Ca\sqrt{2g}}(H_1^{\ 1/2} - H_2^{\ 1/2}) \tag{6.33}$$

완전 배수시간을 구해보면 $H_2 = 0$이므로

$$T = -\frac{2A}{Ca\sqrt{2g}}H^{1/2}$$
(6.34)

식 (6. 34)를 수정하면

$$T = -\frac{2AH}{Ca\sqrt{2gH}} \tag{6.35}$$

즉, 완전 배수시간은 (수조의 용량×2/최초 배수능력)으로 계산될 수 있다.

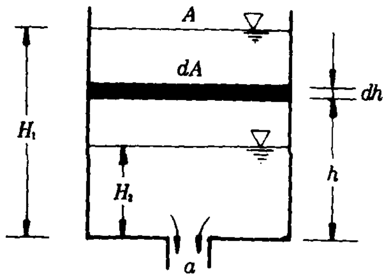


그림 6.8 오리피스의 배수시간

(2) 완전 수중오리피스의 경우

그림 6. 9와 같은 수중오리피스로 두수조 A, B를 연결하면 물이 A에서 B로 유출한다. 두수조의 수면차 H에서 h로 감소하는데 걸리는 시간 T를 구하자. 어느 시간 dt 동안에 A 수조에서 dh_1만큼 수면이 저하하였으며, B 수조에서는 dh_2만큼 수면이 상승하였다. 또한 이로 인하여 두수조의 수면차는 h에서 h′로 dh만큼 감소한다. 수면차 h에서 dt 시간동안에 수중오리피스를 통한 유출량은 다음과 같다.

$$dQ = Ca\sqrt{2gh}\ \cdot dt \tag{6.36}$$

수면저하량은 유출된 양과 같으므로

$$-A_1 dh_1 = Ca\sqrt{2gh} \cdot dt \tag{6.37}$$

여기서 dh_1은 다음과 같이 구할 수 있다. $dh = h - h' = dh_1 + dh_2$ 이므로 $dh_1 = dh - dh_2$ 이 된다. 여기서, $A_1 dh_1 = A_2 dh_2$ 이므로 $dh_2 = \frac{A_1}{A_2} dh_1$과 같고 결국 dh_1은 다음과 같다.

$$dh_1 = dh - \frac{A_1}{A_2} dh_1 = \frac{A_2}{A_1 + A_2} dh \tag{6.38}$$

이 결과를 식(6.37)에 대입하여 dt에 대하여 정리하면 다음과 같다.

$$dt = -\frac{\frac{A_1 A_2}{A_1 + A_2} dh}{Ca\sqrt{2gh}} \tag{6.39}$$

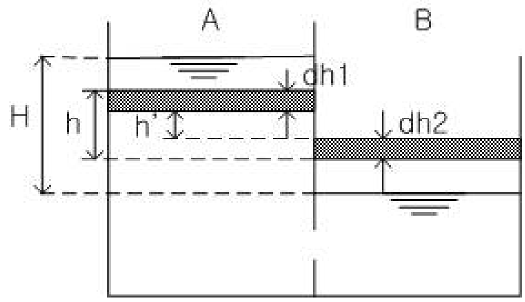


그림 6.9 수중오리피스의 배수시간

따라서 수면차 H에서 h로 감소하는데 걸리는 시간은 윗 식을 적분하면 다음과 같은 결과를 얻을 수 있다.

$$T = -\int_H^h \frac{A_1 A_2}{Ca(A_1 + A_2)} \frac{h^{-\frac{1}{2}} dh}{\sqrt{2g}} = \int_h^H \frac{A_1 A_2}{Ca(A_1 + A_2)} \frac{h^{-\frac{1}{2}} dh}{\sqrt{2g}}$$

$$T = \frac{2A_1 A_2}{Ca\sqrt{2g}\,(A_1 + A_2)} (H^{\frac{1}{2}} - h^{\frac{1}{2}}) \tag{6.40}$$

또한 두수조의 수면차가 같아질 때까지의 시간은 h=0일 때와 같으므로 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$T = \frac{2A_1 A_2}{Ca\sqrt{2g}\,(A_1 + A_2)} H^{\frac{1}{2}} \tag{6.41}$$

6) 단관과 노즐

(1) 표준단관

그림 6.10과 같이 수조의 벽에 관을 붙여서 물을 유출시킬 때 관의 관의 내경을 d, 길이를 l이라 하면, $\frac{l}{d}=2\sim3$으로 되는 단관을 표준단관이라 한다. 단관을 통해서 유출하는 물은 입구에서 수축단면(vena contracta)이 발생하며, 이 부분의 압력은 낮다.

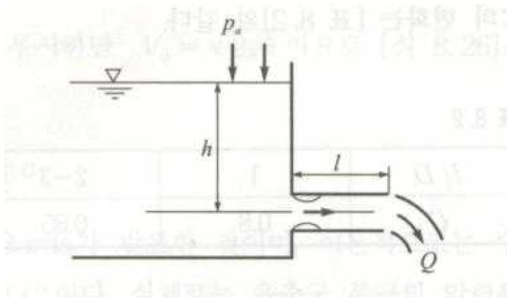


그림 6.10 단관

그림 6.10에서 수축단면의 단면적을 a_0, 유속을 V_0, 압력을 p_0, 관의 단면적을 a, 유출구에 작용하는 대기압을 p_a라 하고 베르누이 방정식을 적용하면

$$0+\frac{p_a}{\gamma}+h=\frac{V_0^2}{2g}+\frac{p_0}{\gamma}+0 \tag{6.42}$$

$$\frac{p_0}{\gamma}+\frac{V_0^2}{2g}=\frac{p_a}{\gamma}+\frac{V^2}{2g}+\frac{(V_0-V)^2}{2g} \tag{6.43}$$

여기서, V는 관내의 유속, $(V_0-V)^2/2g$는 수축단면의 손실수두이다.

수축계수를 $a_0/a=C_a$라 하면 연속방정식은

$$Q=V_0a_0=Va,\quad C_aaV_0=Va$$

따라서 (6.42)식에서

$$V_0=\sqrt{2g(h+\frac{p_a-p_0}{\gamma})} \tag{6.44}$$

식 (6.43)에서

$$\frac{p_a-p_0}{\gamma}=\frac{V(V_0-V)}{g}=\frac{V^2}{g}(\frac{1}{C_a}-1) \tag{6.45}$$

식 (6.44), (6.45) 및 연속방정식으로부터

$$V = C_a \sqrt{2g\left\{h + \frac{V^2}{g}\left(\frac{1}{C_a} - 1\right)RIGHT\right.}$$

(6.46)

양변을 정리하고 연속방정식을 적용하면

$$V = \frac{C_a}{\sqrt{1 - 2C_a + 2C_a^2}}\sqrt{2gh}$$

$$Q = Ca\sqrt{2gh} \tag{6.47}$$

여기서 $C = C_a / \sqrt{1 - 2C_a + 2C_a^2}$, Weisbach에 의하면 l/D에 대한 C의 변화는 표 6.1과 같다.

표 6.1 표준단관의 유량계수

l/D	1	2~3	12	0
C	0.8	0.85	0.77	0.6

(2) Borda 단관

그림 6.11과 같이 단관이 수조 내부에 있는 것을 Borda의 단관이라 한다. 단관의 단면적을 a, 수축단면의 단면적을 a_0라 하면 이론적으로 수맥의 단면적이 단관의 단면적의 1/2인 관이다. 즉 다음과 같이 나타낼 수 있다.

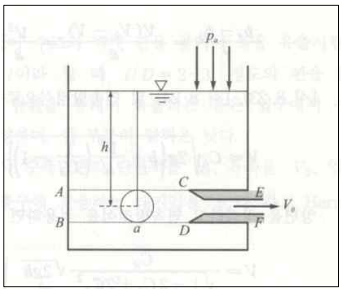


그림 6.11 Borda 단관

$$a_0 = \frac{1}{2}a \tag{6.48}$$

그러나 실제로는 유출구 부근의 압력분포가 일정하지 않고 유속도 다르므로 위의 식은 성립하지 않는다. 따라서 단관을 통한 유출량은

$$Q = a_0 V_0 = C_a a C_v \sqrt{2gh} = Ca\sqrt{2gh} \tag{6.49}$$

여기서, V_0는 수축단면의 유속, h는 수면에서 단관의 중심까지의 수심이다. 또한 $a_0/a = C_a$, $C_a C_v = C$, $V_0 = C_v\sqrt{2gh}$, Smith와 Borda의 실험에 의하면 예연단관의 유량계수 C는 표 6.2와 같다.

표 6.2 Borda 단관의 유량계수

h (ft)	10	20	40	60	80	90	100
C	0.540	0.522	0.525	0.523	0.523	0.521	0.310

(3) 노즐

그림 6.12와 같이 호스의 선단에 연결하여 물을 멀리 보낼 목적으로 만든 것을 노즐(nozzle)이라 하며, 일종의 점축소관으로 분무기, 소방용 펌프 등에 사용된다.

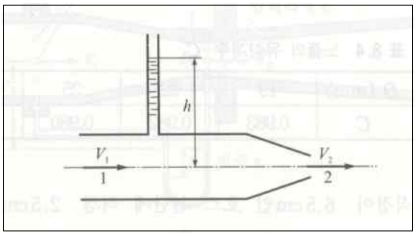


그림 6.12 노즐

먼저 노즐에서의 사출유량을 구해보자. 단면 1, 2에 베르누이 정리를 적용하면 다음과 같다.

$$\frac{V_1^2}{2g} + \frac{p_1}{\gamma} + z_1 = \frac{V_2^2}{2g} + \frac{p_2}{\gamma} + z_2 \tag{6.50}$$

여기서, $z_1 = z_2$, $\frac{p_1}{\gamma} - \frac{p_2}{\gamma} = h$이므로 식(6.50)은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$V_2 = \sqrt{2g(h + \frac{V_1^2}{2g})} \tag{6.51}$$

호스의 단면적을 A, 노즐선단의 단면적을 a라 하고 연속방정식을 적용하면

$$V_1 = \frac{Ca\,V_2}{A} \tag{6.52}$$

(6.52)식을 (6.51)식에 대입하여 정리하면

$$V_2 = \sqrt{\frac{2gh}{1-(\frac{Ca}{A})^2}} \tag{6.53}$$

유속계수를 C_v, 유량계수를 $C = C_v C_a$라 하면 실제유속과 유량은 다음과 같다.

$$V_2 = C_v\sqrt{\frac{2gh}{1-(\frac{Ca}{A})^2}} \tag{6.54}$$

$$Q = Ca\sqrt{\frac{2gh}{1-(\frac{Ca}{A})^2}} \tag{6.55}$$

유량계수 C에 대하여 Freeman이 제안한 값은 표 6.3과 같다.

표 6.3 노즐의 유량계수

D(mm)	19	22	25	29	32	35
C	0.983	0.982	0.980	0.976	0.971	0.959

또한 사출수의 경로를 알아보기 위하여 노즐의 사출수를 공기 중으로 각도 θ로 유출시켰을 때의 경로에 대하여 알아본다. 사출수의 초기 유속을 v라 할 때 t시간 후의 사출수의 위치(x,y)는 다음과 같다.

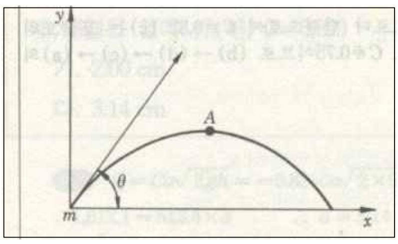


그림 6.13 노즐

$$x = vtcos\theta \tag{6.56}$$

$$y = vt\sin\theta - \frac{gt^2}{2} \tag{6.57}$$

여기서, 최대 수평거리와 최대 연직거리를 구하기 위해 포물선식을 만들면 다음과 같다.

$$y = x\tan\theta - \frac{gx^2}{2v^2}(1 + \tan^2\theta) \tag{6.58}$$

최대 연직거리 y가 최대가 되는 점에서는 $\frac{dy}{dx} = 0$ 이므로

$$\frac{dy}{dx} = \tan\theta - \frac{gx}{v^2}(1 + \tan^2\theta) = 0$$

$$x = \frac{v^2\tan\theta}{g(1 + \tan^2\theta)} = \frac{v^2}{2g}sin2\theta \tag{6.59}$$

이식을 (6. 58)식에 대입하면 다음과 같다.

$$y = \frac{v^2\sin^2\theta}{g} - \frac{v^2\sin^2\theta}{2g} \tag{6.60}$$

따라서, 최대연직거리 $y_{\max}$은 식(6. 60)으로부터 다음과 같으며, 최대수평거리 $x_{\max}$은 식 (6. 59)의 2배와 같으므로 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$y_{\max} = \frac{v^2}{2g}sin^2\theta \tag{6.61}$$

$$x_{\max} = \frac{v^2}{g}sin2\theta \tag{6.62}$$

7) 수두측정 오차와 유량 오차의 관계(오리피스)

작은 오리피스와 직사각형 큰 오리피스에 대하여 오리피스의 수두변화에 대한 유량의 변화를 비교해 본다. 작은 오리피스를 통한 유출량은 다음과 같은 식을 이용하여 구할 수 있음은 이미 설명하였다.

$$Q = Ca\sqrt{2gh}$$

위와 같은 일반식은 다음과 같이 단순화시킬 수 있다.

$$Q = K H^{1/2} \ (K = Ca\sqrt{2g}) \tag{6.63}$$

여기서 a는 오리피스의 단면적이고 K는 오리피스에 따르는 계수이다.

$$\frac{dQ}{Q} = \frac{\frac{1}{2}Ka\,H^{-1/2}dH}{Ka\,H^{1/2}} = \frac{1}{2}\frac{dH}{H} \tag{6.64}$$

즉, 수두측정에 $x\%$의 오차는 유량에 $1.5 \times x\%$의 오차가 생기게 됨을 알 수 있다.

한편 직사각형 큰 오리피스의 경우 수두측정 오차와 유량 오차와의 관계는 다음과 같다.

$$\frac{dQ}{Q} = \frac{3}{2}\frac{dH}{H} \tag{6.65}$$

6.4 개수로의 유량측정

개수로 흐름의 유량측정은 실험실 수로의 경우 중량측정법 또는 체적측정법으로 직접 행할 수 있으나, 유량이 많아지면 위어나 계측수로 등의 간접측정법을 사용하는 것이 일반적이다.

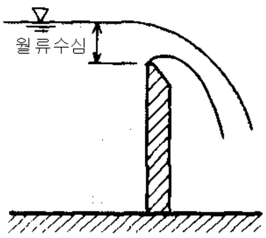


그림 6.14 예연위어

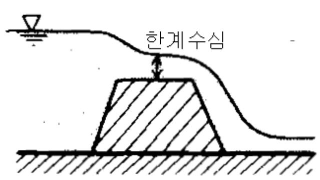


그림 6.15 광정위어

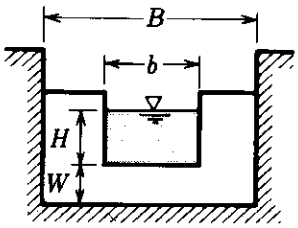


그림 6.16 사각위어

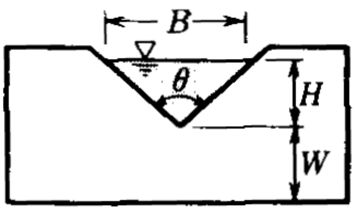


그림 6.17 삼각위어

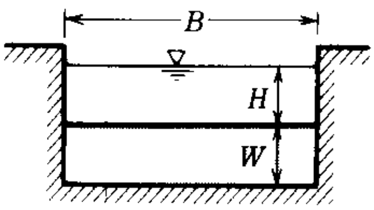


그림 6.18 전폭위어

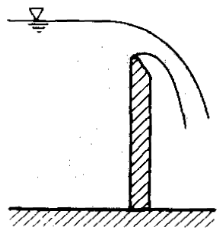


그림 6.19 완전수맥

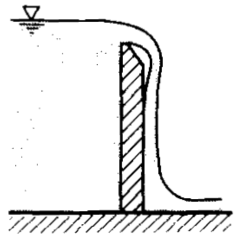


그림 6.20 부착수맥

그림 6.14~6.18과 같이 수로를 횡단해서 설치한 구조물의 전체 또는 일부분으로 물을 흐르게 하여 유량을 측정하는 장치를 위어(weir)라 한다. 위어의 설치목적은 유량 측정, 취수를 위한 수위 증가, 분수 등이다. 위어를 특성에 따라 분류하면 다음과 같다.

① 위어의 마루부에 의한 분류

위어는 마루부의 형상에 의해 그림 6.14와 같은 예연위어와 그림 6.15와 같은 광정위어로 분류한다. 광정위어는 상류측에서 상류, 하류측에서 사류로 되며 위어 정상에서의 수심은 한계수심이 된다.

② 월류부의 형상에 의한 분류

예연위어는 월류부의 형상에 의해 직사각형 위어(그림 6.16), 삼각위어(그림 6.17) 또는 월류부와 수로폭이 같은 전폭위어(그림 6.18)로 분류한다.

③ 위어를 월류하는 흐름에 의한 분류

예연위어를 월류하는 물의 흐름을 수맥이라 한다. 이 수맥은 위어로부터 떨어져 낙하하는 그림 6.19의 완전수맥과 위어에 부착하여 흐르는 그림 6.20의 부착수맥으로 나누어진다.

6.4.1 예연위어

1) 직사각형 위어

사각위어는 그림 6.16과 같이 직사각형 단면의 큰 오리피스의 수면이 오리피스의 상단과 일치하는 경우로 생각할 수 있다. 큰 오리피스의 유량공식은 다음과 같다.

$$Q = \frac{2}{3} Cb \sqrt{2g} \left\{ (H_2 + H_a)^{3/2} - (H_1 + H_a)^{3/2} \right\}$$

사각위어의 유량은 큰 오리피스의 유량공식에서 $H_1 = 0$, $H_2 = H$이므로 다음과 같이 구할 수 있다.

$$Q = \frac{2}{3} Cb\sqrt{2g}[(H_2 + H_a)^{3/2} - H_a^{3/2}] \tag{6.66}$$

유량계수 C는 월류수심, 위어의 높이, 수로의 폭, 위어의 폭 등에 따라 실험에 의해 결정된다. 여러 사람에 의한 많은 실험공식이 있으나, 가장 대표적인 실험공식은 Francis 공식이 있다.

(1) Francis 공식(미국, 1883년)

유량 계수 $C = 0.623$으로 간주하고, b는 수축단면의 폭 b_o를 사용하는 다음 식을 발표하였다.

$$Q = 1.84\, b_o \{ (H + H_a)^{3/2} - H_a^{\,3/2} \} \ (m^3/\text{sec}) \tag{6.67}$$

접근 유속이 작은 경우 $H_a = 0$으로 하여 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$Q = 1.84\, b_o H^{3/2} \tag{6.68}$$

$$b_o = b - \frac{nH}{10} \tag{6.69}$$

여기서 n은 단수축의 수로서 양단 수축의 경우 $n = 2$, 일단 수축이면 $n = 1$, 단수축이 없으면 $n = 0$이다.

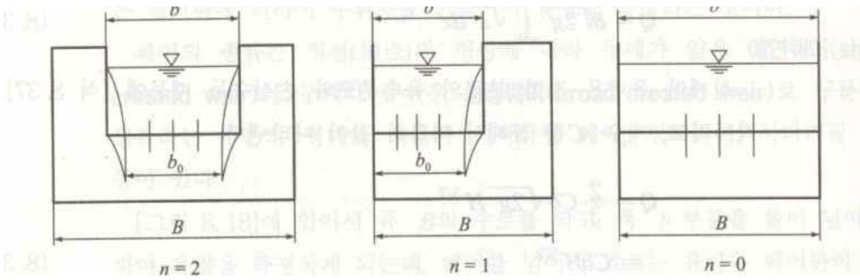


그림 6.21 단수축

Francis 공식의 적용범위는 다음과 같다.

월류수심 : $H = 0.19 \sim 0.50m$

수로폭 : $B = 3.03 \sim 4.24m$

위어높이 : $H_d = 0.60 \sim 1.50m$

접근유속 : $V_a = 0.06 \sim 0.30m/\text{sec}$

위어 폭 : $b = 2.42 \sim 3.00m$

H의 측정점 : $l=1.82m$이상

(2) Bazin 공식(프랑스, 1898)

$$Q=(0.405+\frac{0.003}{h})(1+0.55\frac{h^2}{(h+h_d)^2})(b-\frac{nh}{10})h\sqrt{2gh} \qquad (6.70)$$

또는

$$Q=(1.794+\frac{0.0133}{h})(1+0.55\frac{h^2}{(h+h_d)^2})bh^{\frac{3}{2}} \qquad (6.71)$$

이 공식의 적용범위는 다음과 같다.

$H=0.08\sim0.5m$

$H_d=0.75m$

$B=2m$

$l=5.0m$

$b=0.5\sim2m$

(3) Rehbock 공식(독일, 1929)

1913년에 발표한 식을 개량하여 다음 식을 발표하였다.

$$Q=(1782+0.24\frac{h+0.001}{h_d})(b-\frac{nh}{10})(h+0.0011)^{\frac{3}{2}} \qquad (6.72)$$

이 실험식은 광범위한 실험치를 이용하여 작성되었으며, 따라서 적용범위도 넓다. 위어 높이(h_d)에 비하여 h가 그리 크지 않을 때는 Francis 혹은 Bazin 공식보다 정확한 것으로 보고되고 있다.

(4) 이타타니, 대지마(板谷·手島) 공식(일본, 1951)

Rehbock 공식을 수정하여 다음과 같은 식을 발표하였다.

$$Q=Cbh^{\frac{3}{2}} \qquad (6.73)$$

$$C=1.785+\frac{0.00295}{h}+0.237\frac{h}{h_d}-0.428\sqrt{\frac{(B-b)h}{Bh_d}}+0.034\sqrt{\frac{B}{h_d}}$$

이 공식의 적용범위는 다음과 같다.

$B = 0.5 \sim 6.3m$

$b = 0.15 \sim 5m$

$h_d = 0.15 \sim 3.5m$

$\dfrac{bh_d}{B^2} \geqq 0.06$

$h = 0.03 \sim 0.45\sqrt{b}$

2) 삼각위어

삼각위어는 직사각형위어에 비하여 동일한 유량에서도 월류 수심이 크다. 따라서 정확한 측정이 요구되는 경우와 유량이 작은 경우의 측정에 적합하다.

수로폭을 B, 위어의 월류수심을 H, 수심 z인 위치에서 수면폭을 x라 하면

$$x : B = (H - z) : H$$

$$x = \frac{B(H - z)}{H}$$

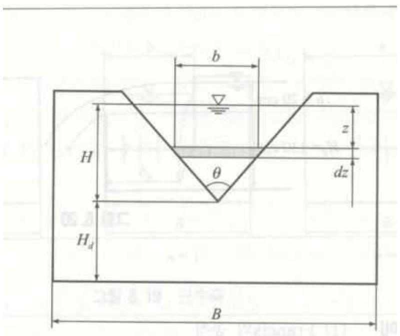


그림 6.22 삼각위어

미소유량은 다음과 같다.

$$dQ = CB\frac{(H - z)}{H}\sqrt{2gz}\,dz \tag{6.74}$$

따라서

$$Q = \int_0^h CB\frac{(H - z)}{H}\sqrt{2gz}\,dz \tag{6.75}$$

여기서 $B = 2H\tan\frac{\theta}{2}$ 이므로 유출량은 다음과 같다.

$$Q = \frac{8}{15} C\tan\frac{\theta}{2}\sqrt{2g}\, H^{5/2} \qquad (6.76)$$

특히, $\theta = 90°$ 이면

$$Q = \frac{8}{15} C\sqrt{2g}\, H^{5/2} \qquad (6.77)$$

유량계수 C는 실험에 의해 결정하며, 몇가지 실험공식을 열거하면 다음과 같다.

(1) Strickland 공식 (1910)

$$Q = \frac{8}{15}\sqrt{2g}\,(0.565 + \frac{0.0087}{\sqrt{H}})H^{\frac{5}{2}} \qquad (6.78)$$

이식은 직각 삼각웨어에 대한 식이며, 적용범위는 다음과 같다.

$B = 4H + 0.3m$

$H_d \geqq 4H$

$H = 0.05m$

(2) Gourley – Crimp 공식 (영국, 1915)

$$Q = 1.32\tan\frac{\theta}{2} \cdot H^{2.47} \qquad (6.79)$$

이식은 일반적인 이등변삼각형에 대한 식이다.

(3) Grene 공식 (1932)

$$Q = 2.5(\tan\frac{\theta}{2})^{0.996} \cdot H^{2.47} \qquad (6.80)$$

이식은 $\theta = 25° \sim 118°$ 사이의 삼각웨어에 대한 식이다.

(4) 누마지 (沼知) 공식

$$Q = C \cdot H^{\frac{5}{2}}$$

(6.81)

$$C = 1.354 + \frac{0.004}{H} + (0.14 + \frac{0.2}{\sqrt{H_d}})(\frac{H}{B} - 0.09)^2$$

이식은 직각 삼각웨어에 대한 식으로 적용범위는 다음과 같다.

$B = 0.5m \sim 1.2m$

$H_d = 0.1m \sim 0.75m$

$H = 0.07m \sim 0.26m$

3) 사다리꼴 웨어

사다리꼴 위어의 유량은 폭이 b인 직사각형웨어의 유량과 측벽과 연직선이 이루는 각이 θ 이고, 폭이 B-b인 삼각웨어의 유량을 합한 것과 같다고 볼 수 있다.

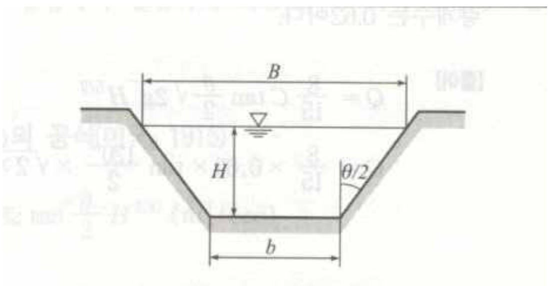


그림 6.23 사다리꼴 위어

접근유속을 무시하면 유량 Q는

$$Q = C_1 \frac{2}{3} b \sqrt{2g}\, H^{\frac{3}{2}} + C_2 \frac{8}{15} tan\frac{\theta}{2} \sqrt{2g}\, H^{\frac{5}{2}} \tag{6.82}$$

만약, $C_1 = C_2 = C$라면, 유량은 다음과 같다.

$$Q = C\sqrt{2g}\, H^{\frac{3}{2}}(\frac{2}{3}b + \frac{8}{15}H\tan\frac{\theta}{2}) \tag{6.83}$$

또한 Gourley -Crimp는 B=2.5m, H + Hd = 1.8m, H = 0.047~0.3m의 범위에 대해서 유량계수를 실험에서 결정하고 유량을 다음과 같이 표시하였다.

$$Q = 1.69b^{1.02}H^{1.47} + 1.32\tan\frac{\theta}{2}H^{2.47} \quad (m^3/\text{sec}) \tag{6.84}$$

특히 예연위어에 의한 양단수축이 있고, $\tan\frac{\theta}{2} = \frac{1}{4}$인 사다리꼴웨어의 유량은 유효폭 b인 직사각형웨어의 유량과 같다고 알려져 있다.

$$Q = C\sqrt{2g}\,H^{\frac{3}{2}}(\frac{2}{3}b + \frac{8}{15}H\frac{1}{4})$$

$$= C\sqrt{2g}\,H^{\frac{3}{2}}\frac{2}{3}(b + \frac{1}{5}H)$$

$$= \frac{2}{3}C\sqrt{2g}\,H^{\frac{3}{2}}(b + 0.2H) \tag{6.85}$$

$$Q = kbH^{\frac{3}{2}} \quad (k=1.86) \tag{6.86}$$

이와같이 $\tan\frac{\theta}{2} = \frac{1}{4}$인 사다리꼴웨어에 대해서는 사다리꼴의 저면 폭을 유효폭으로 하는 구형웨어의 유량과 같으며, 이와같은 사다리꼴 위어를 Cippoletti 위어라 한다.

4) 전폭위어

전폭위어는 월류부의 위어폭과 수로폭이 같으므로 유량이 큰 경우의 측정에 적합하다.

$$Q = CBH^{3/2} \tag{6.87}$$

$$C = 1785 + \left(\frac{0.00295}{H} + 0.237\frac{H}{W}\right)(1 + \varepsilon)$$

여기서 B는 수로폭, H는 월류수심, W는 위어높이, ε는 보정항이다. $W \le 1$ m인 경우 $\varepsilon = 0$이며, $W \ge 1$ m인 경우 $\varepsilon = 0.55(W-1)$이다.

적용범위는 $B \ge 0.5$ m, 0.3 m $\le W \le 2.5$ m, 0.03 m $\le H \le 0.8$ m, 단 $H \le W$이며, 또한 $H \le B/4$이다.

6.4.2 광정위어(broad crested weir)

월류수심 H에 비하여 위어 정상부의 폭이 넓은 경우를 광정위어라고 한다. 광정위어 정상부의 흐름은 그림 6.24와 6.25와 같이 대략 일정하고 한계수심과 같이 된다. 광정위어의 정점부근에서는 수심이 급격히 감소하기 때문에 유속은 증가한다.

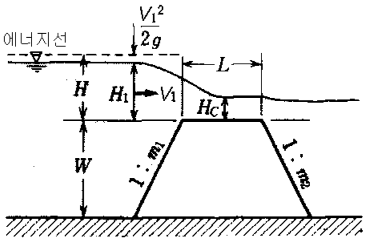


그림 6.24 광정위어

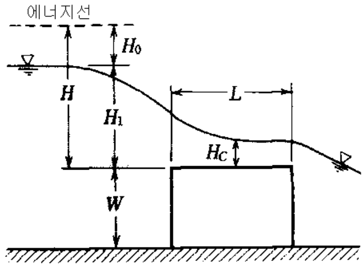


그림 6.25 장방형위어

상류 흐름의 비에너지를 H_e라 하고, 이점과 지배단면, 즉 한계수심이 생기는 단면에 대하여 Bernoulli 정리를 적용하면

$$H_e = H + \frac{V_a^2}{2g} = h_c + \frac{V_c^2}{2g} = H \tag{6.89}$$

여기서, V_a는 접근유속, V_c는 한계유속이다. 수로폭을 b라 하면 유량은

$Q = bh_c V_c$이고, $h_c = \dfrac{2H}{3}$이므로 위 식은 다음과 같이 고쳐 쓸 수 있다.

$$H = h_c + \frac{V_c^2}{2g} = \frac{2}{3}H + \frac{V_c^2}{2g} \tag{6.90}$$

$$V_c = \sqrt{\frac{2}{3}gH} \tag{6.91}$$

실제유량은 $Q = Cbh_c V_c$이므로

$$Q = Cbh_c V_c = \frac{2}{3}CbH\sqrt{\frac{2}{3}gH}$$

$$Q = 1.7CbH^{\frac{3}{2}} \ (m^3/\text{sec}) \tag{6.92}$$

윗식은 Belanger의 법칙에서 유도한 것이며, 이 법칙은 위어 정점의 수심이 한계수심이면 주어진 비에너지로 흐르는 유량이 최대가 된다는 것을 말한다. 광정위어에 대한 몇 개의 실험식을 소개한다.

(1) Govinda Rao의 식

직사각형 광정위어를 대상으로 다음과 같은 식을 제안하였다.

$$Q = C_1 b H^{\frac{3}{2}} \tag{6.93}$$

$0 < \frac{H}{l} \leqq 0.1$; $C_1 = 1.642(\frac{H}{l})^{0.022}$

$0.1 \leqq \frac{H}{l} \leqq 0.4$; $C_1 = 1.552 + 0.083(\frac{H}{l})$

$0.4 \leqq \frac{H}{l} \leqq (1.5 \sim 1.9)$; $C_1 = 1.444 + 0.352(\frac{H}{l})$

$(1.5 \sim 1.9) \leqq \frac{H}{l}$; $C_1 = 1.785 + 0.237(\frac{H}{l})$

(2) 사다리꼴 광정웨어에 대한 실험식

本間(Honma)는 사다리꼴 단면의 높이가 낮은 위어 및 수중위어에 대한 실험에 의하여 월류상태를 세종류로 분류하고 유량공식을 제안하였다.

그림과 같이 완전월류는 위어상에서 사류가 발생하고 그 유량은 하류의 영향을 받지 않는 경우이다. 수중위어는 거의 $\frac{2H_1}{3} < H_2$로 위어 정상부의 흐름이 하류 흐름의 영향을 받게 되는 상류흐름이다. 이 두가지 경우의 월류형식 중간에 과도적인 월류상태를 나타내는 범위가 존재하며 이것을 불완전월류라 한다.

완전월류인 경우

$$Q = C_1 B H_1 \sqrt{2gH_1} \quad (m^3/\mathrm{sec}) \tag{6.94}$$

불완전월류인 경우

$$Q = (\alpha \frac{H_2}{H} + \beta) B H_1 \sqrt{2gH_1} \quad (m^3/\mathrm{sec}) \tag{6.95}$$

수중위어인 경우

$$Q = C_2 B H_1 \sqrt{2gH_1} \quad (m^3/\mathrm{sec}) \tag{6.96}$$

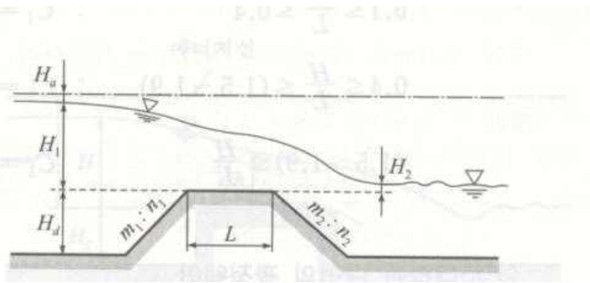


그림 6.26 사다리꼴 광정위어

표 6.4 사다리꼴 단면 광정웨어의 유량계수(Honma)

$\frac{m_1}{n_1}$	$\frac{m_2}{n_2}$	완전월류 C_1	$\frac{H_2}{H_1}$ 한계값	불완전월류 α	불완전월류 β	$\frac{H_2}{H_1}$ 한계값	수중웨어 C_2
$0 \sim \frac{4}{3}$	$\frac{5}{3}$ 이하	$0.31+0.23\frac{H_1}{H_d}$	0.6	$-0.030\ C_1$	$1.018\ C_1$	0.7	$2.6\ C_1$
$0 \sim \frac{2}{3}$	1 부근	$0.29+0.32\frac{H_1}{H_d}$	0.45	$-0.200\ C_1$	$1.090\ C_1$	0.8	$2.6\ C_1$
$0 \sim \frac{1}{3}$	$\frac{2}{3}$ 부근	$0.28+0.37\frac{H_1}{H_d}$	0.25	$-0.125\ C_1$	$1.032\ C_1$	0.8	$2.6\ C_1$
직사각형	$H_1/L < \frac{1}{2}$	0.35	2/3				

6.4.3 수두측정 오차와 유량 오차의 관계(위어)

직사각형위어와 삼각위어에 있어서 위어의 수위변화에 따르는 유량변화를 비교해 보자.

(1) 직사각형 위어

직사각형 위어의 유량은 다음 식으로 구해질 수 있으며, 수심항을 제외한 나머지를 k_1으로 하면 다음과 같다.

$$Q = \frac{2}{3} Cb \sqrt{2g} H^{\frac{3}{2}}$$

$$Q = k_1 H^{\frac{3}{2}}$$

이식을 H에 대하여 미분하면,

$$\frac{dQ}{dH} = \frac{3}{2} k_1 H^{\frac{1}{2}}$$

여기서 Q와 H의 변화를 유한이라 생각하고 $\Delta Q, \Delta H$로 표현하면,

$$\Delta Q = 1.5 k_1 H^{\frac{1}{2}} \Delta H$$

$$= 1.5\frac{k_1 H^{\frac{3}{2}}}{H}\Delta H$$

$$= 1.5\frac{Q}{H}\Delta H$$

$$\therefore \frac{\Delta Q}{Q} = 1.5\frac{\Delta H}{H} \tag{6.97}$$

수위측정에 $x\%$의 오차는 유량에 $1.5\times x\%$의 오차가 생긴다.

(2) 삼각웨어

$$Q = \frac{8}{15}C\tan\frac{\theta}{2}\sqrt{2g}\,H^{\frac{5}{2}}$$

$$Q = k_2 H^{\frac{5}{2}}$$

$$\frac{dQ}{dH} = \frac{5}{2}k_2 H^{\frac{3}{2}}$$

$$= 2.5\frac{k_2 H^{\frac{5}{2}}}{H}$$

$$= 2.5\frac{Q}{H}$$

$$\therefore \frac{\Delta Q}{Q} = 2.5\frac{\Delta H}{H} \tag{6.98}$$

수위측정에 $x\%$의 오차는 유량에 $2.5\times x\%$의 오차가 생긴다.

6.4.4 벤츄리플륨(Venturi flume)

관수로의 유량을 측정하는 벤츄리미터의 원리를 개수로에 적용한 것이 벤츄리플륨이다. 수로의 일부에 폭이 좁은 단면을 만들면 그 부분의 유속은 증가하고 수면은 저하한다. 개수로내의 유량측정을 위한 각종웨어는 경비가 적게들고 구조가 단순한 장점이 있으나, 비교적 흐름에너지의 손실이 크고 웨어 직상류에 퇴적되는 토사문제를 야기한다.

이와같은 문제점은 한계류 수로를 이용하면 어느정도 극복할 수 있다. 따라서, 대부분의 Venturi flume은 축소부에서 한계수심이 형성되고 출구부에서 도수가 발생되도록 운영한다.

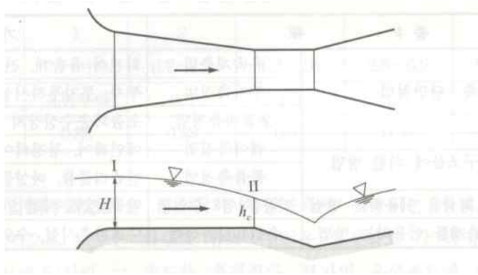


그림 6.27 벤츄리플륨

6.4.5 수문

수문은 수로나 댐의 여수로에 설치하여 유량이나 수위를 조절하는 데 사용되며 슬루스 게이트(sluce gate)나 테인터 게이트(tainter gate) 등의 종류가 있다.

수문의 유량계수는 그 종류에 따라 수문 선단부의 형식에 따라서도 다르다. 수문 하류측의 흐름상태에 따라 자유유출과 수중유출로 구분한다.

1. 자유유출

수문으로부터 유출되는 흐름은 사류이며 vena contracta 가 존재하고, 하류측이 상류라면 도수가 발생한다.

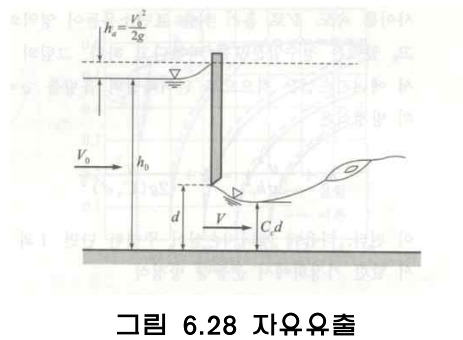


그림 6.28 자유유출

유출량은 orifice의 유량공식을 이용하여 구한다. vena contracta점에서의 유속을 V라 하면

$$V = \sqrt{2g(h_1 + \frac{v_a^2}{2g} - h_2)}$$

또한, vena contracta점에서의 수심은 수문의 개방도로부터 구하자.

$h_2 = C_a h_0$ (Ca : 수축계수)

$$Q = Ch_0 b\sqrt{2g(h_1 + \frac{v_a}{2g} - C_a h_0)} \tag{6.99}$$

여기서 C는 유량계수이며, b는 유출폭이다.

2. 수중유출

유출량은 수중오리피스 유량공식을 이용하여 구한다.

$$Q = Cbh_0\sqrt{2g(h_1 - h_2)} \tag{6.100}$$

7 흐름의 저항

7.1 서 론

대기압이 작용하고 있는 대기속에 정지하고 있거나 움직이는 모든 물체는 공기의 흐름 또는 저항에 의하여 영향을 받으며, 흐르는 물속에 정지하고 있거나 정지하고 있는 물속에서 이동하기 위해서는 물의 저항을 받게 된다.

지상의 구조물들은 풍하중(wind load)에 견딜 수 있어야 하며, 비행기나 로케트와 같은 비행체는 공기의 저항을 크게 받고 교각과 같은 수중의 구조물, 항해중인 선박, 잠수함 등은 물의 저항에 견딜 수 있게 설계되어야 한다.

이와같이 우리 생활과 직접 관계가 있는 흐르는 유체 또는 움직이는 물체의 저항력은 매우 중요한 수리학적 또는 유체역학적 문제이다. 유속이 크거나 물체의 속도가 빠른 경우 저항 문제는 그 중요성이 증가되며 여기서는 물과 유체속에 잠겨있는 물체의 저항력에 대하여 그 특성을 기술한다.

7.2 유체속에 잠겨 있는 물체가 받는 유체력

정지하고 있는 물속에 놓여 있는 물체에는 정수압만 작용하나, 흐르는 물속에 물체가 놓여 있거나 정지한 물속을 물체가 이동하는 경우에는 흐름에 기인한 여러 힘이 작용한다.

저항력은 흐름으로 인해서 생기는 물체 주위의 압력변화와 마찰력에 의해서 생기는데 합력의 흐름 방향의 성분을 항력(抗力, drag force)이라 하고 흐름의 직각방향의 성분을 양력(揚力, lift force)이라 한다. 그림에서 합력 R의 흐름방향 성분 D가 항력이며, 직각방향 성분 L이 양력이다.

저항은 크게 표면저항(surface resistance)과 형상저항(profile resistance)으로 나눌 수 있다. 표면저항은 마찰저항 또는 마찰항력(friction drag)이라고도 하며 경계층 내의 속도분포를 알면 계산할 수 있다. 형상저항은 물체의 형상에 기인하며 후방에 와 등의 후류(wake) 발생영역이 나타나 물체 전후에 압력의 불균형이 발생하여 물체에 힘이 작용하게 된다. 이와 같은 후류는 물체의 형상의 영향을 받으며 이러한 힘을 형상저항이라 하고 압력저항 또는 압력항력(pressure drag)이라고 한다.

그림 7.2는 형상저항과 표면저항의 효과를 개념적으로 나타낸 것이다. (a)는 평판을 흐름의 방향에 수직으로 설치한 경우인데, 형상저항이 탁월하여 표면저항은 무시할 수 있다. (b)는 평판을 흐름에 평행한 방향으로 설치한 경우인데 평판표면에 작용하는 표면저항이 탁월하여 형상저항은 무시할 수 있다. 일반적으로 (c)와 같이 형상저항과 마찰저항의 양쪽을 무시할 수 없는 경우가 많다.

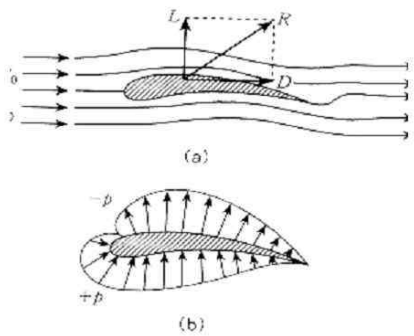


그림 7.1 날개에 작용하는 항력과 양력

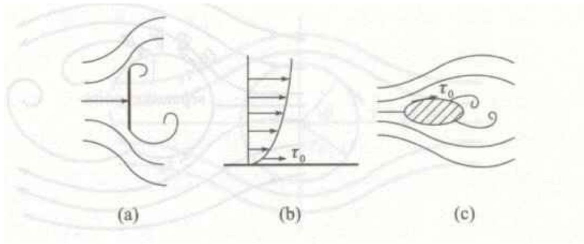


그림 7.2 형상저항과 표면저항

따라서, 실제 물체에 작용하는 항력 D는 마찰항력 D_f와 압력항력 D_p의 합으로 주어지며, 항력의 이론적 계산은 극히 제한적이며 실험에 의하여 동압력과 비례하는 형식으로 표시한다.

$$D = D_f + D_p = C_f A \frac{\rho V^2}{2} + C_p A \frac{\rho V^2}{2} \tag{7.1}$$

여기서, C_f는 마찰항력계수, C_D는 압력항력계수이다.

공학적으로 마찰항력과 압력항력을 구분하여 취급하는 것은 어려운 일이므로 양자를 합친 항력계수 C_D를 사용하여 항력은 다음 식에 의해 구해진다.

$$D \ = \ C_d A \frac{\rho V^2}{2} \tag{7.2}$$

여기서, A는 물체의 흐름방향 투영면적이며, C_D는 항력계수(drag coefficient)이다.

항력계수는 레이놀드수에 따라 변화하며, 다음절에서 설명하는 $Re < 1$의 영역(층류영역) 즉 Stokes의 법칙을 따르는 운동을 제외하고는 레이놀드수의 범위에 따른 실험결과가 이용되고 있다. 그림 7.4와 7.5는 레이놀드수에 따른 항력계수 C_D값의 관계를 도시한 것이다. 또한 이러한 실험결과로부터 유도된 다음과 같은 실험식을 이용할 수도 있다.

$$C_D = 12.65/Re^{0.5} \quad ; \ 1 < Re < 100$$

$$C_D = 0.4 \qquad ; \ 10^3 < Re < 2.5 \times 10^5$$

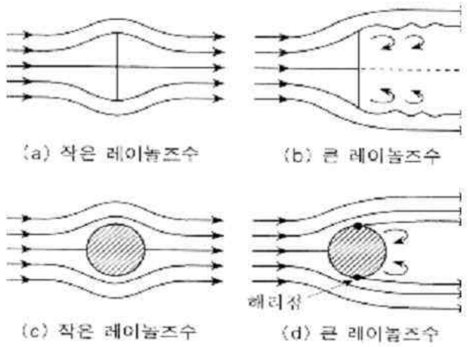


그림 7.3 물체 주위의 흐름과 박리

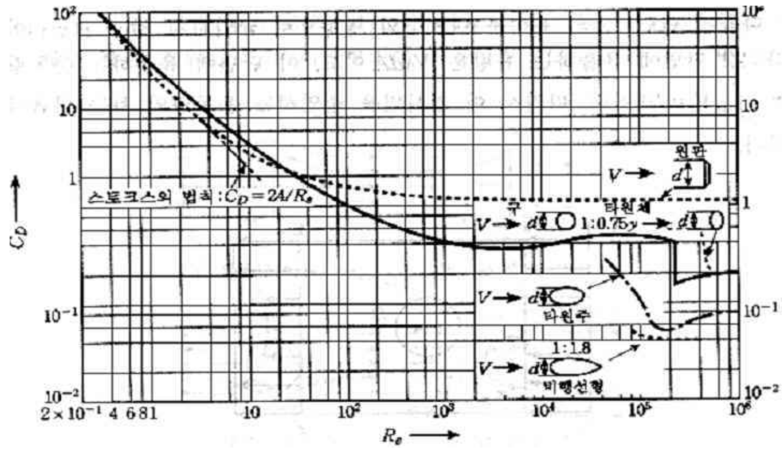


그림 7.4 3차원 물체의 항력계수

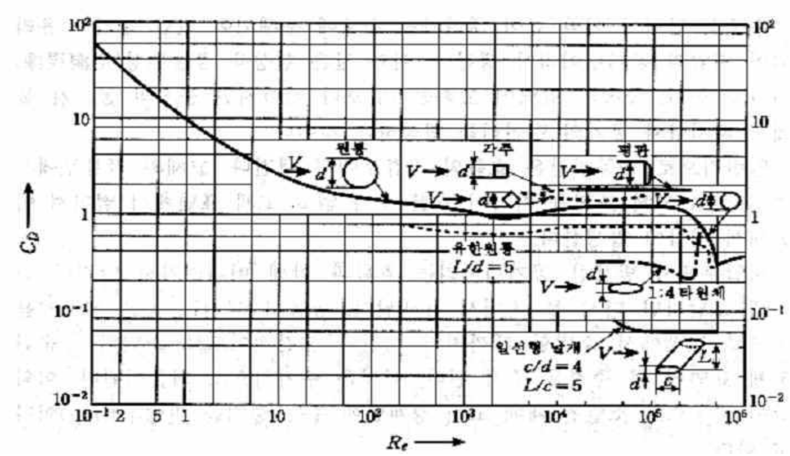


그림 7.5 2차원 물체의 항력계수

7.3 층류인 경우의 항력계산

Reynolds수가 매우 작을 경우 구주위의 흐름은 층류이고 마찰저항이 주로 작용한다. 이러한 경우 항력계수를 해석적으로 구할 수 있다.

아주 작은 Reynolds 수 (Re<1) 일때 유속 V의 흐름 속에 놓여 있는 지름 d인 구의 항력에 대해 Stokes가 제안한 식은 다음과 같다.

$$D = 3\pi\mu d V \tag{7.3}$$

여기서, μ는 유체의 점성계수이며, 이 식은 층류에서 구의 항력을 구하는 식으로 Stokes의 법칙으로 알려져 있다. Stokes의 법칙을 따르는 조건인 경우 다음과 같은 식이 성립한다.

$$D = C_D A \frac{\rho V^2}{2} = 3\pi\mu d V_0 \tag{7.4}$$

$$C_D = \frac{3\pi\mu d V_0}{A\frac{\rho V_0^2}{2}} = \frac{3\pi\mu d V_0}{\frac{\pi d^2}{4}\frac{\rho V_0^2}{2}} = \frac{3\pi\mu d V_0}{\frac{\pi\rho d^2 V_0^2}{8}}$$

$$= \frac{24\pi\mu d V_0}{\pi\rho d^2 V_0^2} = \frac{24\mu}{\rho d V_0} = \frac{24\nu}{d V_0} = \frac{24}{R_e}$$

$$\therefore C_D = \frac{24}{R_e} \tag{7.5}$$

이와같이 층류속의 구의 항력계수는 위식에 의해 결정할 수 있으며, 이는 Reynolds 수만의 함수임을 보여준다.

7.4 침강속도

입자의 침강속도(fall velocity, settling velocity, terminal velocity)는 부유현상에 직접 관계되는 중요한 물리량이다. 침강속도에 영향을 주는 요소는 입경, 입자의형상, 비중, 물의 동점성계수, 측벽의 영향, 입자 상호간의 간섭, 물의 교란상태 등을 들 수 있다.

정지수 중을 완전한 구형입자가 낙하하여 일정한 속도로 침강하는 경우를 생각해 본다. 이때 입자의 속도를 최종침강속도라 부른다. 입자가 일정한 속도로 침강하는 경우 입자는 그림과 같이 중력, 부력 및 항력을 받게 된다. 입자가 속도변화없이 직성운동을 하기 때문에 Newton의 제 2법칙을 적용하면 이 힘들의 대수적 합은 0이 된다. 즉, 상기 세힘간의 힘의

평형관계를 유지한다.

$$-F_G + F_B + F_D = 0 \tag{7.6}$$

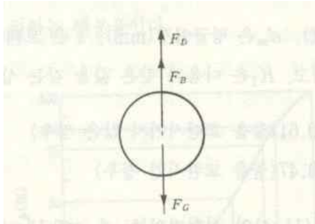


그림 7.6 침강속도

여기서, F_G는 토사입자의 중력, F_B는 입자가 받는 부력이고, F_D는 항력을 나타내며 각각 다음과 같은 값을 갖는다.

중력 $F_G = \gamma_s V$ (γ_s:입자의 단위중량, V : 입자의 체적)

$$= \gamma_s \cdot \frac{\pi d^3}{6} = \rho_s \cdot g \frac{\pi d^3}{6} \tag{7.7}$$

부력 $F_B = \gamma V = \gamma \cdot \frac{\pi d^3}{6} = \rho \cdot g \frac{\pi d^3}{6}$ (γ : 물의 단위중량) (7.8)

항력 $F_D = C_D A \frac{\rho V^2}{2} = C_D \frac{\pi d^2}{4} \frac{\rho V^2}{2}$ (7.9)

침강속도는 구가 등속도운동을 할 때의 경우이므로

$$F_G = F_B + F_D \tag{7.10}$$

$$\rho_s g \frac{\pi d^3}{6} = \rho g \frac{\pi d^3}{6} + C_D \frac{\pi}{8} d^2 \rho V^2$$

$$(\rho_s - \rho) g \frac{\pi d^3}{6} = C_D \frac{\pi}{8} d^2 \rho V^2$$

$$\therefore V = \left(\frac{4}{3} \frac{g}{C_D} \left(\frac{\rho_s}{\rho} - 1 \right) d \right)^{1/2} \tag{7.11}$$

만약 Re〈1.0 (Stokes의 법칙이 성립되는 범위) 라면

$$C_D = \frac{24}{Re}$$

이것을 침강속도의 식에 대입하면 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$V = \frac{g}{18}\frac{\rho_s - \rho}{\mu}d^2 = \frac{g}{18}\frac{\rho_s - \rho}{\nu\rho}d^2$$

$$\therefore V = \frac{g}{18}(S-1)\frac{d^2}{\nu} \tag{7.12}$$

여기서 S는 입자의 비중이며, 이식을 Stokes의 침강속도의 식이라 부른다.

8 차원해석과 수리학적 상사

8.1 서론

유체의 실제 흐름문제를 해석적으로 엄밀하게 풀수 있는 경우는 극히 제한되어 있다. 따라서 이러한 경우에 실험결과에 의존하는 경우가 많다. 일반적으로 실제 흐름장의 해석은 해석적 방법과 실험결과의 조합으로 이루어진다.

대부분의 실험 자료를 얻기 위해서는 많은 시간과 경비가 소요되고, 변수들이 많아 곤란한 경우가 생긴다. 따라서, 최소의 실험으로부터 최대의 정보를 얻을 수 있는 방법을 강구하게 되며 이를 위하여 차원해석법이 이용될 수 있다.

실험의 또 하나의 문제점은 원형(실물)크기의 실험이 불가능하다는 것이다. 이러한 경우에 실험실내에서 모형실험을 행하여야 한다. 이때 원형과 모형 간에는 상사관계가 성립하여야 한다.

8.2 차원 해석 (Dimensional Analysis)

독립변수와 종속변수간의 상관관계를 보다 용이하게 기술하기 위하여 관련 변수들의 수를 더 적은 무차원 변수로 줄이기 위한 수학적인 기법으로 이 기법을 통하여 얻은 무차원 변수는 실험계획과 실험결과의 해석을 보다 쉽게 한다.

차원해석은 차원의 동차성 원리를 이용하여 물리적 현상에 관계하는 제반 물리량으로부터 무차원수를 찾아내고 또 이들 무차원수 사이의 함수관계를 유도해 내는 절차 또는 기법이다. 차원해석방법으로는 Rayleigh method과 Buckingham-π정리 등이 있다.

물리현상을 표현하는 식이 있을 때, 차원해석의 대상으로 하기 위해서는 방정식의각항은 차원이 같아야 한다. 즉, 관계되는 변수들이 정확하고 정당하게 평가되어져서 이루어진 식이라면 방정식의 각 항들은 서로 차원이 같아야 한다는 것이다. 예를 들어 다음과 같이 표현되는 베르누이 식

$$H = \frac{v^2}{2g} + \frac{p}{\omega} + z$$

의 각 항의 차원이 모두 〔L〕로 같게 되어 있음을 알 수 있다.

8.2.1 Rayleigh 방법

어떤 자연현상에 n개의 변수 $A_1, A_2, \cdots, A_n$이 관계한다면 이들 변수들 간에는 다음과 같은 함수관계가 있다고 가정한다.

$$A_n = f(A_1, A_2, \cdots, A_{n-1}) \tag{8.1}$$

여기서 f는 임의의 함수이다. 이것은 또한 변수의 지수승의 곱으로 표시할 수 있다면,

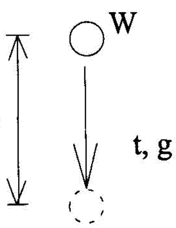
$$A_n = kA_1^{a1}, A_2^{a2}, \cdots, A_{n-1}^{an-1} \tag{8.2}$$

변수 A_1, A_2, $\cdots$, A_n에 해당되는 차원을 대입하고 A_n의 차원과 비교하여 함수관계를 추정한다. 독립변수와 종속변수간의 상관관계를 다음과 같이 표현할 수 있다고 하자.

$$x_1 = f(x_2, x_3, x_4 . \cdots)$$

위 식이 정당하다면 양변이 차원적으로 동일해야 하며 따라서 아래 예제와 같이 차원 방정식의 해를 구하여 물리 현상을 지배하는 함수관계를 구할 수 있다.

[예제 8.1] 물체가 자유낙하 할때 낙하거리 s, 중력가속도 g, 물체의 무게 W, 낙하시간 t의 상관관계를 Rayleigh 방법으로 구하라.



$$s = f(g, t, W)$$

[풀이]

$$[L] = [LT^{-2}]^{c_1}[T]^{c_2}[F]^{c_3}$$
$$L \ : \ 1 = c_1$$
$$T \ : \ 0 = -2c_1 + c_2$$
$$F \ : \ 0 = c_3$$

상기 식들의 해를 구하면 $c_1 = 1$, $c_2 = 2$, $c_3 = 0$이다.

따라서

$$s = Kg^{c_1}t^{c_2}W^{c_3} = Kgt^2$$

[예제 8.2] 터빈에서 발생하는 동력 P를 생각한다. 이때 동력 P에 관계되는 물리변수로는 물의 단위중량, 터빈통과유량 및 낙차를 들 수 있다. 동력 P의 함수 관계를 구하라.

[풀이]

$P = f(Q, \gamma, H_e)$

지수승으로 표현하면

$P = kQ^a \gamma^b H_e^c$ (k=무차원상수)

양변의 차원이 같아야 한다.

$[ML^2T^{-3}] = [L^3T^{-1}]^a [ML^{-2}T^{-2}]^b [L]^c$

$[M][L]^2[T]^{-3} = [M]^b [L]^{3a-2b+c} [T]^{-a-2b}$

M : b=1

L : 3a-2b+c=2

T : -a-2b=-3

$\therefore a = 1, b = 1, c = 1$

$P = kQ\gamma H_e$

(k:해석적 또는 실험으로 결정)

8.2.2 Buckingham의 π정리

독립변수의 수가 차원의 수보다 더 클 경우 Rayleigh 방법의 적용이 곤란하게 된다. 독립변수의 수와 차원의 수에 관계없이 무차원 상관관계식을 유도할 수 있도록 개발된 기법을 Buckingham의 π정리라 한다. 이 정리의 기본가정은 특정 현상에 중요한 인자인 독립변수와 종속변수는 각각 독립성을 해야 한다는 것이다.

만약 n개의 변수를 가지는 식이 차원적으로 동차라면 $(n-m)$ 개의 독립적인 무차원식의 관계식으로 줄일 수 있다. 여기서 m은 n개의 변수들을 표현하기 위하여 필요한 최소한의 기본차원의 개수이다.

$$x_1 = f(x_2, x_3, \cdots, x_n) \tag{8.3}$$

$$\pi_1 = \phi(\pi_2, \pi_3, \cdots, \pi_{n-m}) \tag{8.4}$$

Buckingham의 π정리를 이용한 차원해석을 실시하는 일반적인 순서는 다음과 같다.

(1) 종속변수에 영향을 미치는 주요 독립변수를 선택한다
(2) 각각의 변수를 기본차원으로 표현한다.
(3) 필요한 π항의 개수를 결정한다.
(4) 기본차원과 동일한 개수만큼의 반복변수를 선택한다. 일반적으로 기하학적, 역학적, 운동학적 상사에 해당하는 변수 한개씩을 선택
(5) 비반복 변수 중의 하나를 선택하고 이를 반복변수들과 조합하여 무차원 곱이 되도록 함으로서 하나의 π항을 만든다.
(6) 나머지 반복변수 각각에 대하여 5단계의 과정을 반복한다.
(7) 얻어진 π항이 무차원인지 확인한다.
(8) π항들로 최종 관계식을 표현하고, 물리적 의미를 따져본다.

[예제 8.3] 물체가 자유낙하 할때 낙하거리 s, 중력가속도 g, 물체의 무게 W, 낙하시간 t의 상관관계를 Buckingham의 π정리로 구하라.

[풀이]

(1) 주요 독립변수의 선택

$$s = f(g, v, t)$$

(2) 변수를 기본차원으로 표현

$$s = [L]$$

$$g = [L\,T^{-2}]$$

$$v = [L\,T^{-1}]$$

$$t = [T]$$

(3) π항의 개수를 결정

변수 갯수 : 4

기본차원 개수 : 2 (L, T)

파이항의 개수 : 4-2 = 2

(4) 반복변수를 선택

v와 t를 반복변수로 선택

(5) π항을 결정

$$\pi_1 = s\,v^{a_1} t^{b_1}$$

$$[L][LT^{-1}]^{a_1}[T]^{b_1} = [L]^0[T]^0$$

상기 식의 해를 구하면 $a_1 = -1$, $b_1 = -1$이다.

따라서

$$\pi_1 = s\,v^{-1} t^{-1} = \frac{s}{vt}$$

(6) 나머지 반복변수 각각에 대하여 5단계의 과정을 반복

$$\pi_2 = g\,v^{a_2} t^{b_2}$$

$$[LT^{-2}][LT^{-1}]^{a_2}[T]^{b_2} = [L]^0[T]^0$$

상기 식의 해를 구하면 $a_2 = -1$, $b_2 = 1$이다.

따라서

$$\pi_2 = s\,v^{-1} t^{1} = \frac{gt}{v}$$

(7) 얻어진 π항이 무차원인지 확인

(8) π항들로 최종 관계식을 표현하고, 물리적 의미를 따져본다.

$$\pi_1 = \phi(\pi_2, \pi_3, \cdots, \pi_{n-m})$$

따라서

$$\frac{s}{vt} = \phi\left(\frac{gt}{v}\right)$$

[예제 8.4] 일정한 유속으로 흐르고 있는 유체 내에 잠겨 있는 물체의 항력 D를 생각한다. 이때 물체의 항력 D에 관계되는 물리변수로는 유체의 밀도, 유속, 동점성계수, 물체의 흐름방향으로의 투영면적을 들 수 있다. 항력 D의 함수관계를 구하라.

[풀이]

. 변수의 개수 n=5, . 기본차원의 개수 m=3 (MLT or FLT)

. 반복변수의 선택 (ρ, V, d)

(반복변수의 개수는 기본차원의 수와 같고 종속변수(D)는 반복변수가 될 수 없다.)

1) 무차원변수의 구성

. 무차원변수는 n-m=2개가 생긴다.

$\pi_1 = V^{a1}\rho^{b1}d^{c1}D$

$\pi_2 = V^{a2}\rho^{b2}d^{c2}\mu$

2) 차원방정식의 수립

$\pi_1 = [LT^{-1}]^{a1}[FT^2L^{-4}]^{b1}[L]^{c1}[F] = [F^0L^0T^0]$

F : b1+1=0

L : a1-4b1+c1=0

T : -a1+2b1=0

$\therefore a_1 = -2,\ b_1 = -1, c_1 = -2$

지수를 대입하면

$$\pi_1 = V^{-2}\rho^{-1}d^{-2}D = \frac{D}{\rho d^2 V^2}$$

$\pi_2 = [LT^{-1}]^{a2}[FT^2L^{-4}]^{b2}[L]^{c2}[FTL^{-2}] = [F^0L^0T^0]$

F : b2+1=0

L : a2-4b2+c2-2=0

T : -a2+2b2+1=0

$\therefore a_2 = -1,\ b_2 = -1, c_2 = -1$

지수를 대입하면

$$\pi_2 = V^{-1}\rho^{-1}d^{-1}\mu = \frac{\mu}{\rho Vd} = \frac{\nu}{Vd}$$

3) 무차원변수의 함수관계

$$\frac{D}{\rho d^2 V^2} = f\left(\frac{\nu}{Vd}\right)$$

$$\therefore D = f_1(R_e)\rho d^2 V^2 = f_2(R_e)\rho A V^2 = f_3(R_e)A\frac{\rho V^2}{2}$$

8.3 수리학에서 중요한 무차원수

수리학 및 유체역학에서 나타나는 몇 가지 무차원수에 대하여 알아보자. 이들 무차원수는 이 무차원수를 처음으로 사용한 과학자나 기술자의 이름을 따라 붙이고 있다. 이러한 무차원수의 물리적 의미를 이해하는 것은 모형실험에 의해 자연현상을 재현하는데 있어서 중요하다. 이들 무차원수는 흐름장을 다룰 때 접하게 되는 여러 가지 힘들 즉, 점성력, 중력, 압력, 표면장력, 압축성 및 탄성력 등에 대한 관성력의 비로서 나타난다.

8.3.1 Reynolds 수

레이놀즈는 관내 흐름의 연구에서 층류로부터 난류에의 천이 상태를 판단하는 기준으로서 다음과 같은 무차원수를 제시하였다.

$$Re = \frac{\rho Vd}{\mu} = \frac{Vd}{\nu}$$

레이놀즈수는 관수로흐름뿐만 아니라 기타 흐름장에 있어서도 중요 매개변수인 것이 밝혀져, 관경 d 대신 흐름장의 특성거리(characteristic length) L 을 아용해 다음과 같이 일반형으로 사용할 수 있다.

$$Re = \frac{VL}{\nu}$$

레이놀즈수의 물리적 의미를 알아 보기 위해 분자 분모에 적절한 변수를 곱하고 나누어 다음과 같이 표현한다.

$$Re = \frac{\rho V^2 L^2}{(\mu V/L)L^2} \tag{8.5}$$

상기 식에서

$$\rho V^2 L^2 \propto ma \text{ : 관성력}$$

$$(\mu V/L)L^2 \propto \mu \frac{du}{dy} A \text{ : 점성력}$$

이므로 레이놀즈수는 점성력에 대한 관성력의 비를 의미하는 것을 알 수 있다.

8.3.2 Froude 수

영국의 Froude는 자유표면의 영향을 받는 흐름에 대해서 다음과 같은 변수를 찾아냈다.

$$F_r = \frac{V}{\sqrt{gL}}$$

상기 식을 제곱하고 변형하면 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$F_r^2 = \frac{V^2}{gL} = \frac{\rho V^2 L^2}{\rho g L^3} \tag{8.6}$$

여기서,

$\rho V^2 L^2 \propto ma$: 관성력
$\rho g L^3 \propto mg$: 중력

이므로 Froude수는 중력에 대한 관성력의 비를 의미한다.

8.3.3 Weber 수

Weber는 표면장력에 대한 관성력의 비를 나타내는 무차원 수로서 다음 식을 제시하였다.

$$W_e = \frac{\rho V^2 L}{\sigma} \tag{8.7}$$

여기서 σ는 표면장력을 나타낸다.

그 밖의 무차원수로는 탄성력에 대한 관성력의 비를 나타내는 Cauchy 수($C = \frac{V^2}{K/\rho}$), 압력에 관한 자료를 무차원화시킨 Euler 수 $\left(E_u = \frac{\Delta p}{\frac{1}{2}\rho V^2}\right)$등이 있다. 위에서 K는 유체의 탄성계수, Δp는 압력강하량을 나타낸다.

8.4 상사법칙 (Similitude)

8.4.1 상사조건

주어진 문제를 해결하기 위하여 원형(실물)을 축소한 수리 모형을 이용하여 실험을 행하는 경우, 실험의 결과에 근거하여 원형에 있어서의 값을 예측하기 위해서는 원형과 모형 사이의 관계를 명확히 규정하는 법칙이 필요한데, 이것이 상사법칙이다.

원형과 모형간에 상사가 성립하기 위해서는 다음 세 가지 상사 즉, 기하학적(geometric) 상사, 운동학적(kinematic)상사 및 동역학적(dynamic) 상사가 이루어져야 한다.

1) 기하학적 상사

흐름경계의 상사를 의미하며, 원형과 모형은 닮은꼴로 대응하는 각 변의 길이가 같아야 기하학적 상사를 만족한다.

$$\frac{L_p}{L_m} = L_r = \text{Const.} \tag{8.8}$$

면적은 길이의 제곱에 비례하므로 면적비는

$$A_r = \frac{A_m}{A_p} = \frac{L_m^2}{L_p^2} = L_r^2 \tag{8.9}$$

로 나타나고, 마찬가지로 체적비도 다음과 같이 표시된다.

$$\frac{(Vol)_m}{(Vol)_p} = L_r^3 \tag{8.10}$$

여기서 첨자 m은 모형(model), 첨자 p는 원형(prototype)을 의미한다.

2) 운동학적 상사

원형과 모형간에 있어서 운동의 유사성을 말하며, 모형과 원형에서 대응되는 두 유체입자의 흐름경로가 기하학적 상사를 만족하며, 이 때 두 입자간의 속도비가 동일한 경우이다.

따라서, 운동학적 상사가 성립하기 위해서는 두 점의 속도성분의 비가 동일하여야 하고 속도들이 동일한 방향이어야 한다.

$$V_r = \frac{V_p}{V_m} = \frac{L_p/T_p}{L_m/T_m} = \frac{L_r}{T_r} = L_r T_r^{-1} \tag{8.11}$$

운동학적 상사에서는 길이뿐만 아니라 시간도 축척을 가지므로 $T_r = T_m/T_p$도 고려해야

한다. 모형과 원형간의 가속도비 및 유량비는 다음과 같다.

$$a_r = \frac{a_p}{a_m} = \frac{L_p/T_p^2}{L_m/T_m^2} = \frac{L_r}{T_r^2} = L_r T_r^{-2} \tag{8.12}$$

$$Q_r = \frac{Q_p}{Q_m} = \frac{L_p^3/T_p}{L_m^3/T_m} = \frac{L_r^3}{T_r} = L_r^3 T_r^{-1} \tag{8.13}$$

위에 설명한 기하학적 상사와 다음에 설명하게 될 동역학적 상사가 성립하는 경우에는 경계조건을 상사시키면 내부의 모든 점에서 자동적으로 운동학적 상사는 성립한다. 따라서, 이 경우에는 운동학적 상사는 경계에서의 흐름을 상사시키는 것에 대응한다.

3) 동역학적 상사

물이나 유체에는 여러 가지 힘이 작용하고 있는데, 기하학적 상사와 운동학적 상사가 유지되려면 원형과 모형간에 대응하는 힘의 비가 모든 종류의 힘에 대하여 동일하여야 한다. 따라서 동역학적 상사는 모형과 원형의 유체에 작용하는 대응점의 힘의 비가 전체 흐름 내에서 같아야 한다는 것을 의미한다.

$$F_r = \frac{m_p a_p}{m_m a_m} = \frac{\rho_p L_p^{\,3}}{\rho_m L_m^{\,3}} \frac{L_r}{T_r^{\,2}} = \rho_r L_r^{\,2} \left(\frac{L_r}{T_r}\right)^2 \tag{8.14}$$

따라서

$$F_r = \rho_r L_r^{\,2} V_r^{\,2} = \rho_r A_r V_r^{\,2} \tag{8.15}$$

유체입자에는 여러 가지 힘이 작용하나 이들의 힘을 모두 고려하여 상사법칙을 구하려면 곤란한 점이 있으므로, 경우에 따라서 가장 영향이 큰 힘만을 고려하여 상사법칙을 구하고, 그 이외의 힘은 생략하는 것이 보통이다.

자유표면을 가진 흐름은 중력에 의하여 유동하게 되며 중력의 영향이 크다. 특히 자유표면을 가진 얇은 층의 흐름은 표면 장력이 흐름을 지배하고, 기체의 고속도 흐름에서는 탄성력이 흐름을 지배하게 된다. 이와같이 그 흐름에서 주로 지배하는 힘만 고려하고, 영향이 작은 힘은 생략하여 상사법칙을 구하는 경우가 많다.

8.4.2 수리학적 상사법칙

1) Froude의 상사법칙

중력이 흐름을 지배하고 다른 힘들의 영향은 작아서 생략할 수 있는 경우에 성립된다. 예를 들면 댐위를 월류하는 흐름의 경우 물의 압축성은 거의 없고, 모형이 아주 작지 않는

한 표면장력도 무시 할 수 있다. 따라서, 이 경우 흐름은 명백히 중력이 지배적이 된다. 파동현상이나 개수로 흐름 등 자유표면을 갖는 흐름이 대부분 이러한 흐름의 예가 될 것이다. 이경우도 모형과 원형간에 수리학적으로 상사이기 위해서는 기하학적으로 상사이고, 다음과 같이 동역학적 상사관계를 만족하여야 한다.

이 경우 관성력과 중력의 비가 각각 원형과 모형에서 동일하면 두 흐름은 수리학적 상사를 이룬다. 따라서, 중력이 흐름을 지배하는 흐름의 경우에는 원형과 모형간에 Froude 수가 동일해야 수리학적 상사를 이루는 것을 알 수 있다. 이것을 Froude 상사법칙이라 말한다.

위 관계로부터 모형과 원형간의 Froude 수를 같게 놓으면

$$\frac{(F_r)_m}{(F_r)_p} = \frac{(V/\sqrt{gy})_m}{(V/\sqrt{gy})_p} = 1 \tag{8.16}$$

이 되는데, 중력 g는 모형과 원형간에 서로 동일하므로 윗식을 정리하면 속도비 V_r은 다음과 같이 표시할 수 있다.

$$V_r = \frac{V_m}{V_p} = \frac{\sqrt{g_m y_m}}{\sqrt{g_p y_p}} = \frac{\sqrt{y_m}}{\sqrt{y_p}} = \frac{\sqrt{L_m}}{\sqrt{L_p}} = L_r^{\frac{1}{2}} \tag{8.17}$$

시간축척에 대해서도

$$T_r = \frac{L_r}{V_r} = \frac{L_r}{L_r^{1/2}} = L_r^{\frac{1}{2}} \tag{8.18}$$

로 나타낼 수 있다. 또 모형과 원형 사이의 유량비 Q_r은

$$Q_r = A_r V_r = L_r^2 L_r^{1/2} = L_r^{\frac{5}{2}} \tag{8.19}$$

로 표시할 수 있다.

[예제 8.5] 1:20의 축척에 의한 모형실험에서 교각의 전방에 생기는 수위변동을 측정하였다. 모형실험에 이용한 수로의 유속이 $V_m = 0.5m/s$일때 수위변동이 2cm 이었다면, 원형에 있어서의 유속과 수위변동은 얼마인가?

[풀이]

이러한 경우의 흐름은 중력의 영향이 지배적이기 때문에 모형과 원형간에 Froude 수가 동일하여야 한다.

$$\frac{V_p}{\sqrt{g_p L_p}} = \frac{V_m}{\sqrt{g_m L_m}}$$

중력가속도 g는 원형과 모형에서 같으므로 상기 식은 다음과 같이 된다.

$$\frac{V_p}{\sqrt{L_p}} = \frac{V_m}{\sqrt{L_m}}$$

$L_r = \frac{L_m}{L_p} = \frac{1}{20}$이므로

$$V_p = \frac{V_m \sqrt{L_p}}{\sqrt{L_m}} = 0.5 \times \sqrt{20} = 2.24m/\sec$$

또 수위변동은

$$L_p = L_m \times \left(\frac{V_p}{V_m}\right)^2 = 2cm \times \left(\frac{2.24}{0.5}\right)^2$$

$$= 40cm$$

2) Reynolds 상사법칙

관수로와 같이 마찰력 또는 점성력이 흐름을 주로하는 경우 적용한다. 관수로의 흐름이나 완전히 수중에 잠겨 있는 물체 주위에 형성되는 정상류 등은 이러한 예가 될 것이다. 이러한 흐름의 모형실험에서는 모형과 원형이 기하학적으로 상사이고, 모형과 원형간에 점성력에 대한 관성력의 비가 동일할 때 모형과 원형에서의 흐름은 수리학적 상사를 이룬다. 따라서, 원형과 모형간의 Reynolds 수는 동일하여야 한다.

즉, 모형과 원형간의 레이놀즈수의 비는

$$\frac{(R_e)_m}{(R_e)_p} = \frac{(Vd/\nu)_m}{(Vd/\nu)_p} = 1 \tag{8.20}$$

가 되며, 따라서 레이놀즈 상사법칙에서 속도비 V_r은 다음과 같이 된다.

$$V_r = \frac{V_m}{V_p} = \frac{\nu_m d_p}{\nu_p d_m} = \frac{\nu_m L_p}{\nu_p L_m} = \nu_r L_r^{-1} \tag{8.21}$$

또 상기 식을 이용하면 시간 축척에 대한 관계식도 얻을 수 있다.

$$T_r = \frac{L_r}{V_r} = L_r \nu_r^{-1} L_r = \nu_r^{-1} L_r^2 \tag{8.22}$$

모형과 원형 사이의 유량비는 다음과 같다.

$$Q_r = A_r V_r = L_r^2 \nu_r L_r^{-1} = \nu_r L_r \tag{8.23}$$

상기 식에서 나타나는 동점성계수비 ν_r은 원형과 모형에서 동일한 조건의 유체를 사용하였다면 $\nu_r = 1$이 된다.

[예제 8.6] 동점성계수가 $\nu_p = 10.5 \times 10^{-6} m^2/\mathrm{sec}$인 기름이 직경 90cm인 관속을 $1.6m^3/\mathrm{sec}$의 유량으로 흐르고 있다. 이것을 직경 5cm의 관에 물을 이용하여 모형 실험하고자 할 때 모형에서의 물의 유속은 얼마인가? (물의 동점성계수 $\nu = 1.01 \times 10^{-6} m^2/\mathrm{sec}$이다)

[풀이] 유체가 원형관에 흐른는 경우에는 점성의 영향이 지배적이므로 모형관과 원형관 사이에 Reynolds수가 같아야 한다.

$\nu_p = 10.5 \times 10^{-6} m^2/s, \qquad d_p = 90cm$

$\nu_m = 1.01 \times 10^{-6} m^2/s, \qquad d_p = 5cm$

$$V_r = \frac{V_m}{V_p} = \nu_r L_r^{-1} = \frac{\nu_m}{\nu_p} \cdot \left(\frac{L_m}{L_p}\right)^{-1} = \left(\frac{1.01 \times 10^{-6}}{10.5 \times 10^{-6}}\right) \cdot \left(\frac{5}{90}\right)^{-1}$$

$$V_p = \frac{Q_p}{A_p} = \frac{1.6}{\frac{\pi \cdot 0.9^2}{4}} = 2.52m/s \ )$$

$\therefore V_m = 4.33m/s$

---

3) Weber의 상사 법칙

위어의 월류수심이 매우 작을 때, 또는 파고가 극히 작은 파동 등 표면장력이 유체 운동을 지배하는 경우 적용한다. 이러한 경우 표면장력에 대한 관성력의 비가 모형과 원형에

서 각각 동일하면 수리학적 상사가 이루어진다. 결국 모형과 원형 간에 Weber 수가 동일하여야 한다.

모형과 원형간에 Weber의 수를 갖게 놓으면

$$\left(\frac{\rho V^2 L}{\sigma}\right)_m = \left(\frac{\rho V^2 L}{\sigma}\right)_p \tag{8.24}$$

이 되고, 이것을 정리하면 속도비 V_r은 다음과 같이 구할 수 있다.

$$V_r = \sqrt{\frac{\sigma_r}{\rho_r L_r}} \tag{8.25}$$

시간 축척 T_r은 $T = L/V$로부터

$$T_r = \frac{L_r}{V_r} = \sqrt{\frac{\rho_r L_r^3}{\sigma_r}} \tag{8.26}$$

로 된다. 또 유량비 Q_r에 대해서도 다음 식을 얻는다.

$$Q_r = A_r V_r = \sigma_r^{1/2} \rho_r^{-1/2} L_r^{3/2} \tag{8.27}$$

상기 식에서 원형과 모형 사이에 σ와 ρ가 동일하다고 가정하면

$$V_r = L_r^{-1/2} \tag{8.28}$$

$$T_r = L_r^{3/2} \tag{8.29}$$

등과 같이 표시할 수 있다.

9 지하수

9.1 서론

지상에 내린 빗물은 지표면을 흘러 하천이나 수로에 유입하거나 또는 증발하거나 지중으로 침투한다. 지표면의 물이 지중의 흙입자와 흙입자의 사이에 흘러들어 침투하여 점토층이나 암반 등의 불투수층에 도달하면 그 위에 물이 고여 대수층을 만들어 지하수가 된다.

대수층(acquifer)은 지하수를 함유한 다공질의 삼투성 지층으로 피압대수층과 비피압대수층으로 분류한다. 피압대수층(confined acquifer)은 1, 2차 불투수층 사이의 지하수이며, 관수로적 흐름을 갖는다. 비피압대수층(unconfined acquifer)은 1차 불투수층 상부에 자유수면을 갖고 존재하는 지하수이며, 개수로적 흐름을 갖는다.

지하수 흐름의 대부분은 일반적으로 관수로와 개수로의 유속에 비해 매우 늦다. 예를 들면, 모래층에서는 유속 10-2cm/s, 점토층에서는 유속 10-6cm/s정도이다.

지하수는 수자원으로서 유효하게 이용되고 있지만 한편, 사면붕괴, 토석류 등의 재해의 원인으로 되어 치수상, 수리상 중요한 요소로 되고 있다. 따라서 제방, 흙댐 등의 수공구조물, 우물이나 집수암거와 같은 지하수의 취수 시설, 또한 터널이나 암거 등의 지중 구조물 등의 설계·시공에 관해서도 지하수의 위치, 흐름의 방향, 침투, 압력 등을 충분히 조사하지 않으면 안된다.

본 장에서는 흙에 관련한 물의 흐름, 지하수 수리학에 관하여 검토한다.

9.2 지하수흐름의 기본방정식

9.2.1 Darcy의 법칙

지하수흐름의 기본방정식은 연속방정식과 Darcy의 법칙으로 구성된다. 모래층을 통하여 흐르는 지하수에 관해서 1856년 프랑스의 수리학자 Darcy는 다음과 같은 실험법칙을 발견하였다.

원통관의 모래층에 유량 Q의 물이 길이 l의 구간을 흐를 때, 손실수두를 Δh, 투수계수를 k라 하면 유량은 다음과 같이 구해진다.

$$Q = kA\frac{\Delta h}{l} = kiA \tag{9.1}$$

실제로 물은 모래 입자로 구성된 복잡한 형상의 공극을 통과하지만, 일반적으로 투수층내의 평균적인 침투유속을 사용한다. 이 침투류의 평균유속을 V라 하면 Darcy 법칙은 다음과 같이 표현된다.

$$V = \frac{Q}{A} = \frac{kiA}{A} = ki \tag{9.2}$$

여기서 A는 단면적, i는 동수경사, V는 유속, Q는 유량이다. 또 k는 투수계수

(coefficient of permeability or hydraulic conductivity)라 부르고 있는데, 동수경사 i는 무차원이므로 k는 속도의 차원을 갖는다.

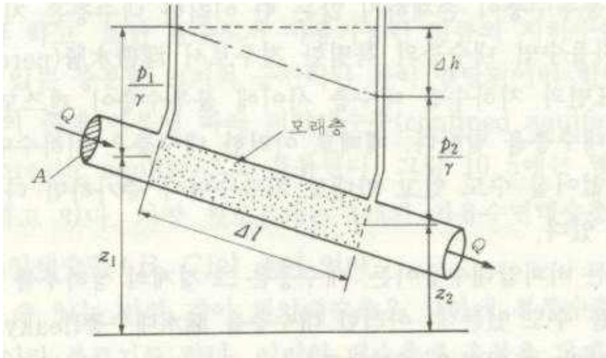


그림 9.1 Darcy 실험의 모식도

1) 투수계수

투수계수 k를 구하는 실험식으로는 Hazen 식, Kozeny 식, Slichter 식 등이 있다.

(1) Hazen 식

$$k = 116\, d_{10}^2 (0.7 + 0.03\, t) \qquad (9.3)$$

여기서 t는 수온(℃)이며, d_{10}은 토사의 유효직경이다.

(2) Kozeny 식

$$k = \frac{Cg}{\nu} \frac{\lambda^3}{(1-\lambda)^2} ds^2 \qquad (9.4)$$

여기서 C는 입경의 형상에 따른 상수(0.003~0.0055), ν는 동점성계수, λ는 공극율이며, ds는 다음과 같다. 체눈 ds는 체눈의 크기, d_1과 d_2와의 사이에 있는 토사양의 전 토사량에 대한 비를 Δ_{12} 및 $d_{12} = \sqrt{d_1 d_2}$ 로 나타내면 $ds = \dfrac{1}{\sum \frac{\Delta_{12}}{d_{12}}}$ 로 정의 되는 값이다.

이상의 실험식들은 모두 실험을 하지 않고 토사의 입경, 수온 및 토사의 공극율로부터 투수계수를 추정하는 실험식이다. 그러나 보다 정확한 지하수의 흐름을 분석하기 위해서는 실험에 의해 투수계수를 구하여야 한다. 실험에 의해 구하는 방법으로는 실내에서 하는 방법으로서 정수위법, 변수위법이 있으며, 현장에서 하는 방법으로서 양수시험법, 주수시험법, 트레이서법 등이 있다.

2) 실내투수시험

실내 실험에 의해 투수계수를 결정하는 방법으로는 정수위법과 변수위법이 있다.

(1) 정수위법

정수위 투수시험은 모래나 암석같은 비점착성 시료에 대하여 사용된다. 그림 9.2에서 알 수 있는 바와 같이 수실에서 물이 공급되어 항상 정수위를 유지하므로 시료를 통과하는 물은 항상 정상상태의 흐름이 된다.

$$Q = kiA$$

$$k = \frac{Q}{iA} = \frac{Q}{\left(\frac{h}{l}\right)A} = \frac{Ql}{Ah} \tag{9.5}$$

여기서, l은 시료의 길이이며, A는 시료의 단면적이다.

[예제 9.1] 그림 9.2와 같은 정수위법으로 모래의 투수계수를 측정하려 한다. 모래시료의 직경은 $d = 5.5cm$이고, 시료의 길이 $L = 15cm$이다. 수위를 $h = 5.0cm$로 일정하게 유지하였을 때, 10분 동안 모아진 양의 물은 $80cm^3$이였다. 투수계수를 구하라.

[풀이]

식 (9.5)로부터

$$k = \frac{Ql}{Ah} = \frac{(80cm^3/(10\min \times 60\sec)) \times 15cm}{\frac{\pi}{4} \times 5.5^2 cm^2 \times 5cm}$$

$$= 1.68 \times 10^{-2} cm/\sec$$

---

(2) 변수위법

투수계수가 작은 점착성 시료에 대해서는 그림과 같이 변수위 투수시험이 행해진다. 변수위 시험에서는 정수위 시험과는 달리 수위가 변화하므로 초기 수위를 표시해 놓고 임의시간 후의 수위를 측정한다.

그림 9.3의 변수위관에서 dt시간에 dh만큼의 수위변화가 있었다면, 시료실안으로 유입된 유량 Qin은 다음과 같다.

$$Q_{IN} = -A_t \frac{dh}{dt}$$

여기서 A_t는 변수위관의 단면적이다. 또한 A_c가 시료실의 단면적이라면 시료실에서 배수되는 유량 Q_{out}은 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$Q_{out} = kiA_c = k\frac{h}{l}A_c$$

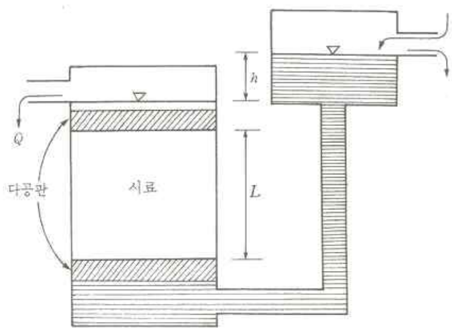


그림 9.2 정수위법

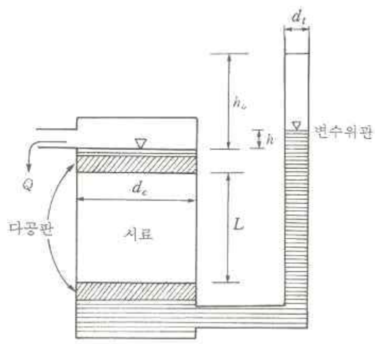


그림 9.3 변수위법

연속방정식에 의해 시료실로 유입되는 유량과 배수되는 유량은 서로 같다. 즉

$$-A_t\frac{dh}{dt} = k\frac{h}{l}A_c$$

t_0일 때 $h = h_0$의 초기조건을 이용하여 상기 식을 적분하고 투수계수에 대하여 정리하면 다음식이 된다.

$$k = \frac{A_t l}{A_c t} ln(\frac{h_0}{h})$$

$$= \frac{d_t^2 l}{d_c^2 t} ln(\frac{h_0}{h}) \qquad (9.6)$$

[예제 9.2] 점착성이 있는 실트질 모래의 투수계수를 측정하려 한다. 변수위관의 직경 $d_t = 2cm$, 시료의 직경 $d_c = 8cm$이고, 그 길이 $L = 15cm$이다. 초기수두 $h_0 = 8cm$가 612분 동안에 $h = 0.8cm$로 되었다면 투수계수는 얼마인가?

[풀이]

$$K = \frac{d_t^2 L}{d_c^2 t} ln(\frac{h_0}{h})$$

$$= \frac{2.0^2 cm^2}{8.0^2 cm^2} \times \frac{15cm}{612 \times 60\sec} \times \ln(\frac{8.0cm}{0.8cm})$$

$$= 5.879 \times 10^{-5} cm/\sec$$

9.2.2 지하수흐름의 연속방정식

지하수 흐름은 Darcy의 법칙에 의해 운동이 지배된다. 완전히 포화된 다공질 매체의 미소 육면체에서의 흐름을 생각하자.

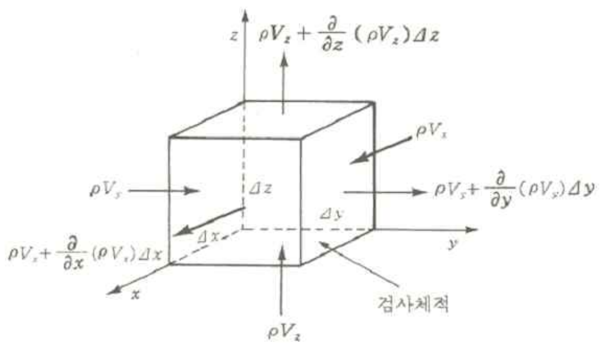


그림 9.4 질량보존의 법칙

질량보존의 법칙에 의하여 총유입량과 총유출량은 같다.

총유입량 : $v_x dydz + v_y dxdz + v_z dxdy$

총유출량 : $v_x dydz + \frac{\partial v_x}{\partial x} dxdydz + v_y dxdz + \frac{\partial v_y}{\partial y} dxdydz + v_z dxdy + \frac{\partial v_z}{\partial z} dxdydz$

$$\therefore \frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} + \frac{\partial v_z}{\partial z} = 0 \tag{9.7}$$

Darcy의 법칙에 의하여 각 방향의 유속을 구하면

$$v_x = k_x \frac{\partial h}{\partial x},\ v_y = k_y \frac{\partial h}{\partial y},\ v_z = k_z \frac{\partial h}{\partial z}$$

따라서,

$$K_x \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + K_y \frac{\partial^2 h}{\partial y^2} + K_z \frac{\partial^2 h}{\partial z^2} = 0\ \frac{\partial}{\partial x}(k_x \frac{\partial h}{\partial x}) + \frac{\partial}{\partial y}(k_y \frac{\partial h}{\partial y}) + \frac{\partial}{\partial z}(k_z \frac{\partial h}{\partial z}) = 0$$

만약 등방성이라면, $k_x = k_y = k_z$

$$\therefore \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial z^2} = 0 \quad ;\ \text{Laplace 방정식} \tag{9.8}$$

$$\therefore \nabla^2 h = 0 \qquad (\nabla = \frac{\partial}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial z}) \tag{9.9}$$

위식은 라플라스 방정식으로서 대수층이 균질하고 등방성인 경우 정상상태의 지하수 흐름에 대한 기본식을 나타낸다.

9.3 정상 1차원 지하수 흐름

여기서는 해석이 비교적 평이한 정상 1차원 지하수흐름에 대하여 기술한다. 흐름의 특성인자가 시간에 독립적이고, 유선이 한 방향으로 평행한 1차원흐름에 대해서 피압대수층의 경우와 비피압대수층의 경우, 즉 자유수면을 갖는 대수층의 경우로 나누어 설명한다.

9.3.1 피압대수층

그림과 같이 수로사이에 압력대수층으로 연결되어 있는 제방을 생각한다. 대수층의 두께는 일정하고, 균질이며 등방성이라 가정하고 투수계수도 일정하고 외부에서 지하수의 공급도 없는 것으로 한다.

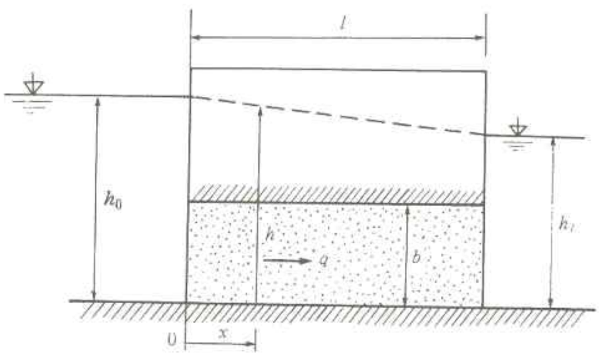


그림 9.5 1차원 피압대수층

제방을 따라 흘러 들어가는 유량(침윤량)을 구하기 위해 Darcy의 법칙을 적용한다.

$$\begin{aligned} Q &= kiA \\ &= k\times\frac{h_0-h_1}{l}\times(\text{투수층의 단면적}) \\ &= k\times\frac{h_0-h_1}{l}\times bt \end{aligned}$$

여기서, b는 투수층의 두께이며, t는 투수층의 폭이다. 따라서 단위폭당 유량 q는 다음과 같다.

$$q = kb\frac{h_0-h_1}{l} \tag{9.10}$$

9.3.2 비피압 대수층

비피압대수층의 경우, 즉 자유수면을 갖는 대수층의 경우에는 자유수면 자체가 미지량이므로 앞에서 다룬 피압대수층의 경우와 같이 해석적으로 푸는 것은 어렵다. 왜냐하면 이 경우에는 수면곡선이 더 이상 선형이 아니며, 압력분포도 정수압분포를 하지 않기 때문이다.

Dupuit는 이러한 복잡함을 피하고 해석적으로 다루기 위하여 그림 9.6에 도시한 바와 같이 다음과 같은 가정을 하였다.

1. 흐름방향이 x축에 평행하고, 임의 연직면상의 흐름속도는 일정하다.
2. 지하수의 유속은 동수경사에 비례한다.

첫 번째 가정은 자유수면의 경사가 작으므로, 유선이 x축과 평형을 이루고, 압력 또한 정수압 분포로 근사시킬 수 있다는 것을 의미한다. 두 번째 가정은 흐름의 실제속도는 유선방향의 동수경사$\left(\frac{\partial h}{\partial s}\right)$에 비례하나 유선이 x축과 평행하다는 가정으로부터 지하수 속도를 $\left(\frac{\partial h}{\partial x}\right)$에 비례한다고 가정한 것이다.

지표면에 침투유량이 없는 경우를 생각하면, 유속과 단위폭당 유량 q는 다음과 같다.

$$V = -k\frac{dh}{dx}$$

$$q = AV = -h\cdot k\frac{dh}{dx} \tag{9.11}$$

여기서 거리 x인 점에서의 수위는 h이며, 단위폭당 면적은 h이므로 식 (9.11)을 적분하

면 다음과 같다.

$$qdx = -h \cdot kdh$$
$$\int qdx = -k\int hdh$$
$$qx = -\frac{1}{2}kh^2 + C$$

적분상수 C를 결정하기 위하여 경계조건을 사용하면, $x = 0$일 때 $h = h_1$이므로

$$0 = -\frac{1}{2}kh_1^2 + C$$
$$C = \frac{1}{2}kh_1^2$$
$$\therefore qx = -\frac{1}{2}kh^2 + \frac{1}{2}kh_1^2$$
$$= \frac{k}{2}(h_1^2 - h^2) \tag{9.12}$$

$x = l$일 때 $h = h_2$이므로

$$ql = \frac{k}{2}(h_1^2 - h_2^2)$$

$$\therefore q = \frac{k}{2l}(h_1^2 - h_2^2) \tag{9.13}$$

이식을 Dupuit의 공식이라 부른다.

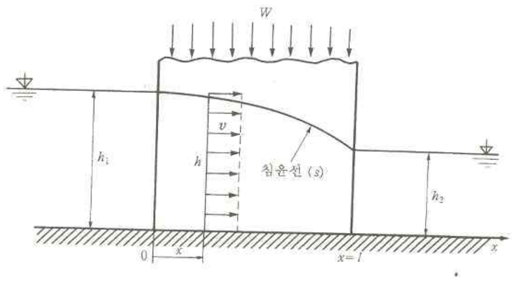


그림 9.6 1차원 비피압대수층

[예제 9.3] 하천으로부터 100m 떨어져 있는 지점에서의 지하수위는 8m, 하천수위는 4m이다. 하천의 단위길이당 유입하는 지하수량을 구하라. 단, 토층의 투수계수 $k = 0.1$ m/d이다.

[풀이] 단위길이당 유입량은

$$
\begin{aligned}
q &= \frac{k}{2x}(h_0^2 - h^2) \\
&= \frac{0.1}{2\times 100}(8^2 - 4^2) \\
&= 0.024 \text{ m}^3/\text{d}
\end{aligned}
$$

9.4 정상 우물 수리

우물로부터 물을 양수하거나 우물에 물이 주입되는 경우 지하수 흐름은 우물을 축으로 하는 방사흐름(radial flow)이 된다. 여기서는 시간에 대해서 수면변화가 없는 정상류에 대해서 피압대수층과 비피압대수층의 경우로 나누어 우물로 주입되는 방사류와 수면변화에 대하야 다룬다.

9.4.1 피압대수층

그림 9.7과 같이 불투수층 사이에 끼여 있는 피압대수층내의 우물 수면과 수압차로서 물이 유입되는 형식의 우물을 굴착정(artesian well)이라 한다. 그림과 같이 균질한 대수층이 수평방향으로 일정한 두께를 유지하고 또한 무한히 넓게 분포해 있다고 가정하면 흐름은 우물에 대하여 축대칭이 된다.

일정유량 Q를 연속적으로 양수하여 정상상태에 달했다고 가정하고, 양수량과 지하수면과의 관계를 구하기 위해 Darcy 법칙을 이용하여 임의 거리 r에서의 유속을 표현한다.

$$V = K\frac{dh}{dr}$$

상기 식에서 (-)부호가 생략된 것은 r 축과 흐름방향이 반대이기 때문이다. 대수층의 두께를 b라 하면 물이 유입되는 투수단면적이 $A = 2\pi rb$이므로 우물로 유입되는 양, 즉 양수량 Q는 다음과 같이 표현된다.

$$Q = AV = 2\pi rbK\frac{dh}{dr} \tag{9.14}$$

상기 식을 적분하면 다음 식을 얻는다.

$$h = \frac{Q}{2\pi bK} lnr + C$$

윗식에 $r = r_0$, $h = h_0$인 경계조건을 대입하면 다음 식과 같이 된다.

$$h - h_0 = \frac{Q}{2\pi bK} lnr - \frac{Q}{2\pi bK} lnr_0$$

$$= \frac{Q}{2\pi bK}(\ln r - \ln r_0) \equiv \frac{Q}{2\pi bK}(\ln \frac{r}{r_0}) \tag{9.15}$$

그러나 이식에서는 $r \to \infty$로 되면 $h \to \infty$가 되어 우물에서 상당히 멀리 떨어진 거리에 대해서는 사용하기 어렵다. 따라서 h가 아무리 커져도 초기 원래의 지하수위를 초과할 수 없다는 한계를 설정한다. $h \to H$ 이면 $r \to R$ 이 되어 반경 R을 영향원의 반경이라 부르고 영향원의 반경 R은 통상 우물반경 r_0의 3000~5000배 또는 500~1000m로 취한다. 따라서, 윗식은

$$H - h_0 = \frac{Q}{2\pi bK}(\ln \frac{R}{r_0})$$

과 같으며, 양수량은 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\therefore\ Q = \frac{2\pi bK(H - h_0)}{\ln \frac{R}{r_0}} \tag{9.16}$$

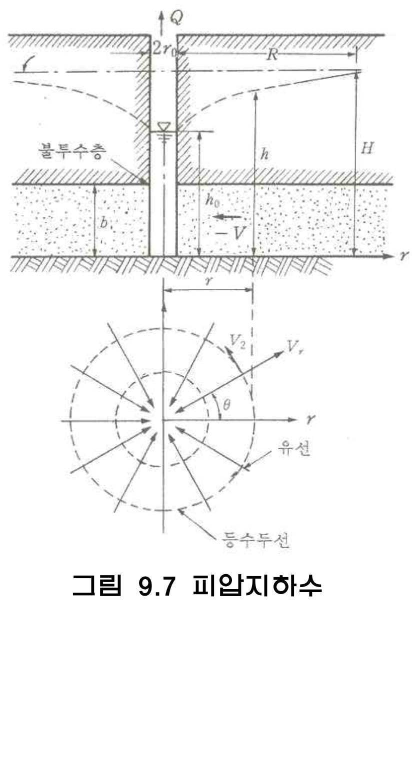


그림 9.7 피압지하수

[예제 9.4] 그림 9.7과 같은 직경 1.2m의 굴착정에서 초기의 우물수위가 10m이었지만 물을 양수한 결과 수위가 2m 저하되었다. 이때의 양수량을 구하라. 단, 투수계수 k는 0.055 cm/s, 대수층의 두께는 2.5 m, 영향반경 r_0은 500m이다.

[풀이] 초기수위 $h_0 = 10$ m, 우물의 수위 $h_w = 10 - 2 = 8$ m, 우물의 반경 $r_w = 0.6$ m이므로 양수량은 다음과 같다.

$$
\begin{aligned}
Q &= \frac{2\pi kb(h_0 - h_w)}{2.3\log_{10}(r_0/r_w)} \\
&= \frac{2\pi\times0.055\times250\times(1000 - 800)}{2.3\log_{10}(50000/60)} \\
&= 9.3\ \mathrm{m^3/h}
\end{aligned}
$$

9.4.2 비피압 대수층

자유수면을 갖는 대수층에서 우물바닥이 불투수층까지 도달한 경우의 우물을 심정(deep well)이라 하고 불투수층까지 도달하지 못한 우물을 천정(shallow well)이라 부른다.

여기서는 그림 9.8과 같이 불투수층 바닥까지 닿은 우물로부터 장시간에 걸쳐 유량 Q를 양수하여 자유수면이 일정한 형태를 유지한 경우의 수면형을 구해본다. 수면경사가 작고 흐름의 수직성분을 무시할 수 있다고 가정하면 다음과 같이 Darcy 법칙을 적용할 수 있다.

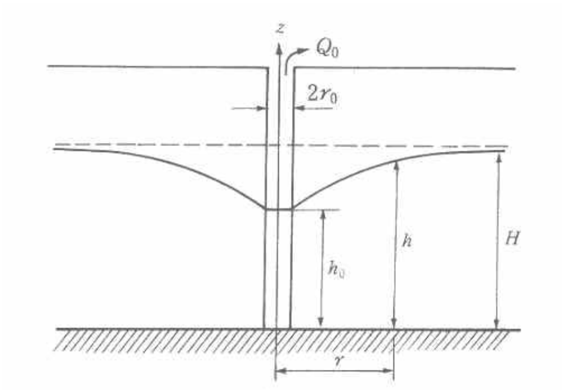


그림 9.8 자유지하수($W=0$)

$$V = K\frac{dh}{dr}$$

위 가정은 결국 Dupuit의 가정이다. 이식에 연속식을 적용하면 다음 식과 같이 된다.

$$Q = AV = 2\pi rhK\frac{dh}{dr} \tag{9.17}$$

위 식에서 (-) 부호는 지하수의 흐름방향과 r의 방향이 역방향이므로 생략되었다. 윗 식을 적분하고 $r = r_0$, $h = h_0$의 경계조건을 대입하면 다음 식을 얻는다.

$$h^2 - h_0^2 = \frac{Q}{\pi K} ln\frac{r}{r_0}$$

우물의 영향권을 가정하여 그 반경을 R 이라 하면 $h \rightarrow H$ 일때 $r \rightarrow R$이다. 결국, 윗식은

$$H^2 - h_0^2 = \frac{Q}{\pi K}(\ln\frac{R}{r_0})$$

과 표현할 수 있으며 양수량은 다음과 같다.

$$\therefore Q = \frac{\pi K(H^2 - h_0^2)}{\ln\frac{R}{r_0}}$$

[예제 9.5] 그림 9.8에서 직경 2m, 수심 10m의 깊은 우물로부터 양수하였더니 수위가 2m 저하되었다. 이때의 양수량을 구하라. 단, 투수계수는 0.015 cm/s, 영향 반경은 500 m이다.

[풀이]

$$\begin{aligned} Q &= \frac{\pi k(h_0^2 - h_w^2)}{2.3\log_{10}(r_0 / r_w)} \\ &= \frac{\pi \times 0.015(1000^2 - 800^2)}{2.3\log_{10}(50000 / 100)} \\ &= 2733 \text{ cm}^3/\text{s} \end{aligned}$$

9.5 집수암거

지중의 함수층이 두꺼울때 이 함수층에 다공벽의 집수관을 매설하여 암거의 중앙 또는 양단에서 지하수를 양수하는 것을 집수암거라 한다. 특히 하상이나 하천 가까운 사력층은 매우 풍부한 함수층을 갖고 있다.

1) 자유수면이 있는 지하수에서 측벽의 양측으로부터 유입하는 경우

자유수면이 있는 지하수에서 불투수층이 수평인 곳에 집수암거가 매설되어 있는 경우 지하수가 측벽으로부터 유입할 때의 취수량 Q는 Dupuit-Forchheimer의 식에 의해 구할 수가 있다.

$$Q = \frac{k(h_0^2 - h_w^2)l}{r_0} \tag{9.19}$$

여기서 k는 투수계수, h_0는 원지하수위, h_w는 집수암거의 수심, l은 집수암거의 길이, r_0은 영향반경이다.

2) 자유수면이 있는 지하수에서 저면에서만 유입하는 경우

자유수면이 있는 지하수에 집수암거를 매설할 경우 암거의 저면에서 유입하는 경우의 취수량 Q는 다음의 식으로부터 구할 수 있다.

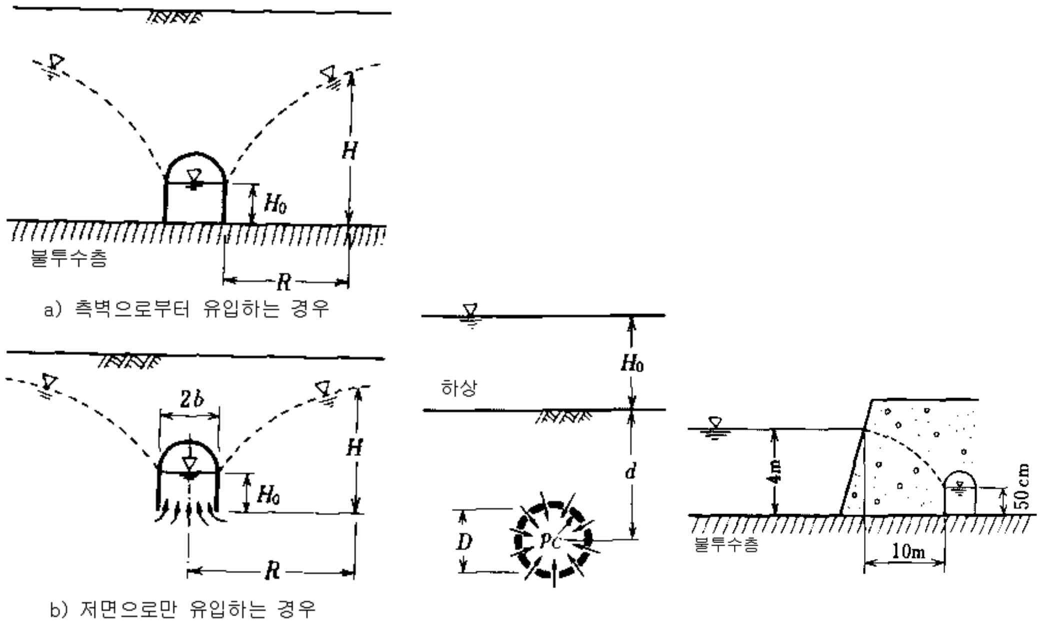
$$Q = \frac{\pi k(h_0 - h_w)l}{2.3\log_{10}(2r_0/b)} \tag{9.20}$$

3) 하상밑의 암거

강바닥 아래에 직경 D의 집수암거를 매설할 경우 지하수는 집수암거의 주위 전체벽으로부터 유입한다. 이때 유량 Q는 Muskat의 식으로 구한다.

$$Q = \frac{2\pi k(H_0 + d - p_c/\gamma)}{2.3\log_{10}(4d/D)} \tag{9.21}$$

여기서 H_0는 하천의 수심, d는 하상에서 집수암거의 중심까지의 거리, D는 집수암거의 직경, p_c는 집수암거내의 수압이다.



a) 측벽으로부터 유입하는 경우

b) 저면으로만 유입하는 경우

그림 9.9 집수암거